

EJERCICIOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA DEL PLANO

1. Supóngase que $ABCD$ es un trapecio rectángulo cuyo lado oblicuo es \overline{CD} . Se sabe que $A=(1,2)$, $B=(-1,7)$ y la ecuación de la recta que contiene al lado \overline{CD} es $x+y-1=0$. Calcúlense los vértices C , D y el área del trapecio.
2. Los puntos $A(3,-2)$ y $C(7,4)$ son vértices opuestos de un rectángulo $ABCD$, el cual tiene lados paralelos a la recta $r \equiv 6x - y + 2 = 0$. Calcula los otros dos vértices.
3. Sea la recta de ecuación $r \equiv 3x + 4y + 2 = 0$. Halla las ecuaciones de las rectas paralelas a r que están a distancia 1 del origen de coordenadas.
4. Halla las rectas que pasan por el punto $A(3,4)$ y forman un ángulo de 45° con la recta de ecuación $r \equiv x + 2y - 3 = 0$.
5. Los puntos $A=(4,0)$, $B=(0,2)$ y $C=(4,4)$ son vértices de un cuadrilátero inscrito en una circunferencia, halla las coordenadas del cuarto vértice D , sabiendo que las diagonales \overline{AC} y \overline{BD} son perpendiculares.
6. El área de un triángulo ABC es 15. Además $A=(0,1)$, $B=(6,4)$ y C tiene abscisa positiva y está en la recta $y = x + 5$. Calcula el vértice C .
7. Un triángulo rectángulo isósceles tiene un cateto en la recta $2y = x - 10$ y uno de sus vértices es $(0,0)$. Calcula los otros vértices y la ecuación de la mediatriz de la hipotenusa.
8. Halla la ecuación de la circunferencia de centro $O = (-3,4)$ y que es tangente a la recta de ecuación $2x + 3y + 5 = 0$.
9. Dos lados de un paralelogramo tienen por ecuaciones $r \equiv y = 2x$, $s \equiv 3y = x$. Si el centro del paralelogramo es el punto $M = (1,1)$, halla las coordenadas de sus vértices.
10. Dado un triángulo isósceles cuyos vértices de la base (lado desigual) son $A=(2,0)$ y $B=(8,0)$ y el tercer vértice está situado en la recta $r \equiv 3x - 2y = 1$. Calcula el ortocentro de dicho triángulo.
11. De un cuadrado $ABCD$, conocemos el vértice $A=(1,3)$ y el centro del cuadrado $O = \left(\frac{11}{2}, \frac{5}{2}\right)$. Se pide:
 - El área del cuadrado.
 - La ecuación de la circunferencia circunscrita al cuadrado.
 - Las coordenadas de los vértices B , C y D .

12. Un rombo tiene una diagonal sobre la recta $r \equiv x - 2y + 2 = 0$, y uno de sus vértices es el punto $A = (2, 7)$. Halla los demás vértices sabiendo que el perímetro del rombo es 20.
13. Halla el área y los ángulos de un cuadrilátero de vértices $A = (0, 3)$, $B = (3, 8)$, $C = (8, 6)$ y $D = (8, 2)$.
14. El punto $(4, 6)$ es vértice de un cuadrado que tiene un lado sobre la recta $x - 3y - 6 = 0$. Calcula los demás vértices.
15. Sea la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 10 = 0$, halla la ecuación de la recta que contiene a la cuerda cuyo punto medio es $A = (1, 2)$ y calcula su longitud.
16. Las rectas $r_1 \equiv mx + y = 0$ y $r_2 \equiv \sqrt{3}x - y = 1$, son medianas de un triángulo equilátero de lado 2. Halla sus vértices.
17. Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $A = (-2, 2)$ y $B = (6, -2)$ y su centro está sobre la recta de ecuación $x - 2y + 4 = 0$.
18. Un vértice de un triángulo equilátero es el punto $(0, 0)$, y una de sus medianas está sobre la recta $y = 2x + 5$. Encuentra los otros vértices y el área del triángulo.
19. De un triángulo ABC se conocen $B = (-10, 2)$, $C = (6, 4)$ y el ortocentro, cuyas coordenadas son $(5, 2)$. Calcula el vértice A y el área del triángulo.
20. Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $P = (8, 9)$ y es tangente a los ejes de coordenadas.
21. En el triángulo ABC conocemos el vértice $A = (-2, 3)$, la ecuación de la altura que parte de C : $r \equiv 3x - 2y - 8 = 0$ y la ecuación de la mediana que parte del mismo vértice: $s \equiv 4x - 5y + 1 = 0$. Halla los vértices B y C y el baricentro del triángulo.
22. Los puntos $(0, -1)$ y $(1, 2)$ son vértices opuestos de un rectángulo que tiene un tercer vértice sobre la recta $x + y = 2$. Calcula los vértices restantes del rectángulo y su área.
23. Un vértice de un triángulo es el punto $A = (2, -7)$, la ecuación de una de sus medianas es $r \equiv x + 2y + 7 = 0$ y una altura, de distinto vértice a la mediana dada, está sobre la recta $s \equiv 3x + y + 11 = 0$. Calcula los otros vértices y el área del triángulo.
24. De un triángulo equilátero se conocen $A = (3, 4)$ y la ecuación de la mediatriz del lado \overline{AB} , que es $x + 2y - 6 = 0$. Halla los otros vértices.
25. Hállense la ecuaciones de las rectas que pasan por el punto $P = (2, -1)$, formando triángulos isósceles con las rectas de ecuaciones $r \equiv 2x - y + 5 = 0$ y $s \equiv 3x + 6y - 1 = 0$.