

5 Puntos, rectas y planos en el espacio

Página 145

Geometría elíptica

a) Sean R_1 y R_2 "rectas" en la geometría elíptica, y S la superficie esférica.

$$R_1 = \pi_1 \cap S; R_2 = \pi_2 \cap S$$

Como los dos planos pasan por el centro, se cortan, luego $\pi_1 \cap \pi_2 = r$

Los puntos $P = r \cap S$ verifican:

$$P \in R_1 \text{ y } P \in R_2 \rightarrow P \in R_1 \cap R_2 \rightarrow R_1 \text{ y } R_2 \text{ se cortan.}$$

b) No es posible puesto que todas las rectas se cortan.

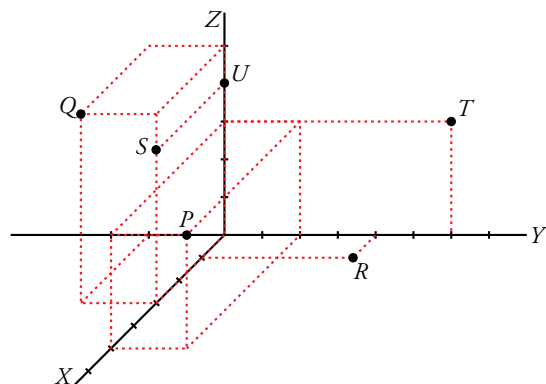
c) El quinto postulado de Euclides:

"Por un punto P exterior a una recta r del plano solo se puede trazar una recta paralela a ella".

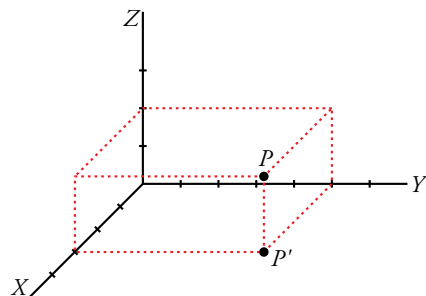
Si fuera cierto, por un punto P exterior a una recta r del plano se puede trazar una recta que no la corta, pero hemos visto que eso es imposible, luego no se cumple el postulado.

Página 146

1



2 $P(3, 5, 2)$



Página 148

1 $m = 0$ y $n = 20$

2 $C' = \left(\frac{1}{2}, 2, \frac{7}{2}\right)$; $A' = \left(-\frac{1}{2}, 6, 4\right)$; $B' = \left(0, 1, \frac{11}{2}\right)$

3 a) $(0, 5, 5)$

b) $B'(-9, 5, 23)$

c) $M(1, 5, 3)$

d) $N\left(\frac{-3}{2}, 5, 8\right)$

Página 151

1 Ecuaciones paramétricas:
$$\begin{cases} x = 2 + 7\lambda \\ y = -3 - 6\lambda \\ z = 3 - 4\lambda \end{cases}$$

Ecuación continua:
$$\frac{x-2}{7} = \frac{y+3}{-6} = \frac{z-3}{-4}$$

Ecuaciones implícitas:
$$\begin{cases} 6x + 7y + 9 = 0 \\ 4x + 7z - 29 = 0 \end{cases}$$

2 $(9, -9, -1)$; $(16, -15, -5)$; $(23, -21, -9)$; $(30, -27, -13)$; $(-12, 9, 11)$; $(-19, 15, 15)$

3 $A \notin r$, $B \in r$, $C \in r$, $D \notin r$

Página 155

1 a) Ecuaciones paramétricas:
$$\begin{cases} x = 4 + 3\lambda + \mu \\ y = 5 - 2\lambda - \mu \\ z = 2\lambda + 4\mu \end{cases}$$

Ecuación implícita: $6x + 10y + z - 74 = 0$

b) $(7, 3, 2)$; $(5, 4, 4)$; $(8, 2, 6)$

c) $\frac{63}{10}$

2 Como el sistema tiene solución, el punto pertenece al plano y se obtiene con los valores $\lambda = -1$, $\mu = 7$.

Página 157

1 La recta y el plano son paralelos, pues no tienen ningún punto en común.

2
$$\left. \begin{aligned} 2x - y + 3z &= 8 \\ x + 3y - z &= 5 \end{aligned} \right\} \text{ Se cortan en una recta.}$$

$$\left. \begin{aligned} x + 3y - z &= 5 \\ 2x + 6y - 2z &= 5 \end{aligned} \right\} \text{ Son paralelos.}$$

$$\left. \begin{aligned} 2x - y + 3z &= 8 \\ 2x + 6y - 2z &= 5 \end{aligned} \right\} \text{ Se cortan en una recta.}$$

No hay ningún punto común a los tres planos.

Página 159

1 a) $\pi: x = 0 \rightarrow \pi: \begin{cases} x = 0 \\ y = \lambda \\ z = \mu \end{cases}$

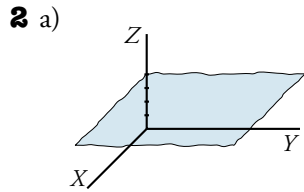
b) Eje X: $\begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \rightarrow r: \begin{cases} x = \lambda \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

c) $\pi: 2x - y = 0 \rightarrow \pi: \begin{cases} x = \lambda \\ y = 2\lambda \\ z = \mu \end{cases}$

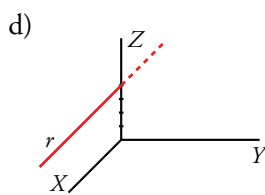
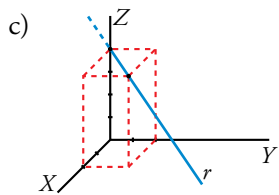
d) $r: \begin{cases} y = 0 \\ 3x + 4z = 12 \end{cases} \rightarrow r: \begin{cases} x = 4 - 4\lambda \\ y = 0 \\ z = 3\lambda \end{cases}$

e) $\pi: y = 7 \rightarrow \pi: \begin{cases} x = \lambda \\ y = 7 \\ z = \mu \end{cases}$

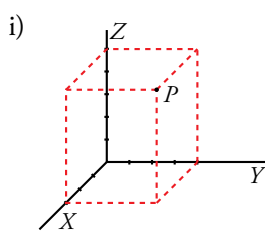
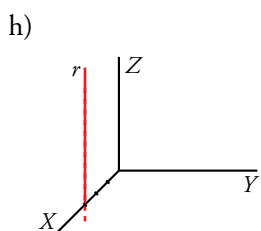
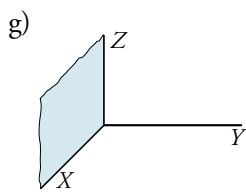
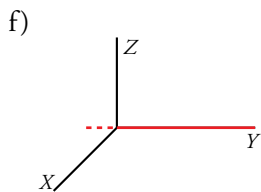
f) $\pi: 3x + 4z = 12 \rightarrow \pi: \begin{cases} x = 4 - 4\lambda \\ y = \mu \\ z = 3\lambda \end{cases}$



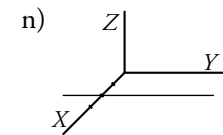
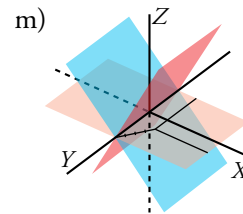
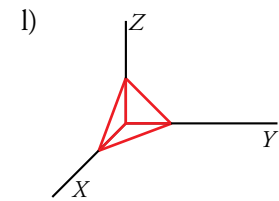
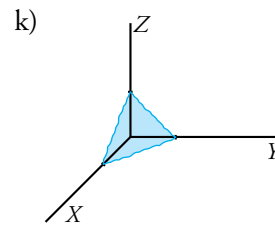
b) Es el mismo plano que el del apartado anterior.



e) Es la ecuación implícita de la recta anterior.



j) Representa todo el espacio.



Página 160

1 Hazlo tú.

$$\begin{cases} x = -\frac{9}{7} - \frac{1}{7}\lambda \\ y = \frac{5}{7}\lambda + \frac{10}{7} \\ z = \lambda \end{cases}$$

2 Hazlo tú.

a) $\pi: -2x + y + 5 = 0$
 b) $s: \begin{cases} x = 5 + \lambda \\ y = 5 + 2\lambda \\ z = 1 + 3\lambda \end{cases}$

Página 161

3 Hazlo tú.

$\pi: -x + y - 4z - 11 = 0$

4 Hazlo tú.

Si $a \neq -2 \rightarrow \text{ran}(A) = \text{ran}(A') = 3$, los planos se cortan en un punto.

Si $a = -2$, el sistema es incompatible. Los planos no son paralelos, se cortan dos a dos.

5 Hazlo tú.

a) r y s se cruzan.
 b) $\pi: x + y - 5z - 3 = 0$

Página 162

6 Hazlo tú.

$\pi: -x + 2y + 6z - 2 = 0$

7 Hazlo tú.

Si $m = -1 \rightarrow r // s \rightarrow$ No son coincidentes.

Si $m \neq -1 \rightarrow$ Las rectas se cruzan.

Página 163**8 Hazlo tú.**

$$\alpha: 2x - 4y - z - 1 = 0$$

9 Hazlo tú.

Si $a = -\frac{3}{2} \rightarrow r // \pi \rightarrow$ Son paralelos y distintos.

Si $a \neq -\frac{3}{2}$, se cortan.

b) Si $a = 1$ se cortan. $P = \left(\frac{7}{5}, -\frac{3}{5}, -\frac{2}{5}\right) = r \cap \pi$

Página 164**10 Hazlo tú.**

$$t: \begin{cases} -4x + 2z - 4x + 6 = 0 \\ 18x - 34y - 28z - 42 = 0 \end{cases}$$

Página 165

1 a) $\left(2, \frac{2}{3}, 6\right)$

b) $\left(-1, \frac{7}{3}, 6\right)$

2 Solo verifican la ecuación del plano si $a = 3$.

3 r: $\begin{cases} x = -\lambda \\ y = \lambda \\ z = 0 \end{cases}$

4 a) $a = 1$

b) $Q = (3, 3, 4)$

c) Si $a \neq 1$ el sistema es incompatible, luego las rectas se cruzan.

5 $P = \left(1, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

Página 166

1 $A(0, 0, 3); B(0, 3, 3); C(3, 3, 3); D(3, 0, 3); E(3, 0, 0); F(3, 3, 0); G(0, 3, 0);$

$P\left(0, \frac{3}{2}, 3\right); Q\left(0, 3, \frac{3}{2}\right); R\left(3, \frac{3}{2}, 0\right); S\left(3, 0, \frac{3}{2}\right)$

2 $P = \left(-1, \frac{5}{2}, -\frac{2}{3}\right)$

$Q = \left(0, \frac{7}{3}, -\frac{4}{3}\right)$

3 $a = -1; b = -\frac{5}{2}$

4 $\overrightarrow{OQ} = (5, 3, -2); \overrightarrow{OP} = (4, 2, -1)$

5 $A'(4, -5, 4)$

6 $\overrightarrow{OD} = (3, 2, -6); \overrightarrow{OM} = \left(\frac{5}{2}, 1, -2\right)$

7 a) Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = -3 + \lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = 1 + 2\lambda \end{cases}$

Ecuaciones implícitas: $\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ 2x + z + 5 = 0 \end{cases}$

b) Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = -1 + 2\lambda \end{cases}$

Ecuaciones implícitas: $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ z + 2y - 1 = 0 \end{cases}$

8 Lado AB: $\begin{cases} y = 0 \\ z = 1 \end{cases}$ Lado AC: $\begin{cases} 3x - 3 = -y \\ z = 1 \end{cases}$

Lado BC: $\begin{cases} 3x + 6 = 2y \\ z = 1 \end{cases}$

9 Sus coordenadas no son proporcionales. Luego los puntos no están alineados.

10 Paramétricas:

Eje OX = $\begin{cases} x = \lambda \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ Eje OY = $\begin{cases} x = 0 \\ y = \lambda \\ z = 0 \end{cases}$ Eje OZ = $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = \lambda \end{cases}$

Implícitas:

Eje OX = $\begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ Eje OY = $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ Eje OZ = $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

11 • Ecuación vectorial: $(x, y, z) = (-4, 2, 5) + \lambda(0, 0, 1)$

• Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \\ z = 5 + \lambda \end{cases}$

• Forma continua: $\frac{x+4}{0} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-5}{1}$

• Forma implícita: $\begin{cases} x + 4 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases}$

12 • Ecuación vectorial: $(x, y, z) = (1, -3, 0) + \lambda(0, 2, 1)$

• Ecuaciones paramétricas:
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 + 2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

• Forma continua:
$$\frac{x-1}{0} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-0}{1}$$

• Forma implícita:
$$\begin{cases} x-1=0 \\ y-2z+3=0 \end{cases}$$

13 $r: \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

$s: \begin{cases} x = \frac{7}{3} + \frac{7}{3}\lambda \\ y = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

14 a) $(-1, -1, 1)$ b) $\begin{cases} x = -\lambda \\ y = -\lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$

15 $\begin{cases} x - 2z = 0 \\ x + 2y + 2 = 0 \end{cases}$

- 16** a) Las rectas se cruzan.
b) Las rectas se cortan en el punto $(0, 3, 3)$.
c) Las rectas son paralelas.
d) Las rectas r y s coinciden, son la misma recta.

17 $a = 3$. Obtenemos el punto de corte $(-1, -1, 2)$.

18 Para $m = 12$ y $n = -3$, las dos rectas tienen la misma dirección.

19 $r: \begin{cases} x = 7 + \lambda \\ y = -2 + 2\lambda \\ z = 1 \end{cases}$

20 $s: \begin{cases} x = -1 - \lambda \\ y = 5 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

Página 167

- 21** a) $3x - 6y + z - 23 = 0$
b) $5x - 3y - 4z - 15 = 0$
c) $2x - y + 3z - 5 = 0$

22 Plano XY : Paramétricas: $\begin{cases} x = \lambda \\ y = \mu \\ z = 0 \end{cases}$ Implícita: $z = 0$

Plano YZ : Paramétricas: $\begin{cases} x = 0 \\ y = \lambda \\ z = \mu \end{cases}$ Implícita: $x = 0$

Plano XZ : Paramétricas: $\begin{cases} x = \lambda \\ y = 0 \\ z = \mu \end{cases}$ Implícita: $y = 0$

23 a) $\begin{cases} x = \lambda \\ y = \mu \\ z = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = -1 \\ y = \lambda \\ z = \mu \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = \lambda \\ y = 2 \\ z = \mu \end{cases}$

24 El vector normal al plano $x = -1$ es $\vec{n}(1, 0, 0)$.

Recta: $\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 3 \\ z = 0 \end{cases}$

25 $m = 6$, $n = \frac{1}{3}$. Los planos son paralelos, no coincidentes.

26 Son coplanarios si $m = 6$.

27 $\pi: z - 2 = 0$

28 Se cortan porque hay solución. $P = r \cap \pi = \left(-\frac{10}{3}, \frac{4}{3}, 7\right)$

29 $\pi: \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 1 - \lambda + \mu \\ z = 2 - 3\lambda + \mu \end{cases}$

30 a) Las rectas r y s tienen la misma dirección. Además, $P(1, 0, 2) \in r$, pero $P \notin s$. Luego las rectas son paralelas.

b) $x + 8y - 10z + 19 = 0$

31 Los puntos no son coplanarios.

32 a) Los tres planos se cortan en un punto.

b) Los tres planos se cortan en una recta.

c) Los planos se cortan dos a dos, pero no hay ningún punto común a los tres.

d) Los tres planos se cortan en un punto.

33 $2x + 5y - 6z + 4 = 0$

34 No son paralelos. Se cortan.

35 Son perpendiculares y se cortan en el punto $(3, 2, 1)$.

36 $\pi: 5x + 4y + 11z - 15 = 0$

37 a) $m = -1$ b) $m = 13$

38 $\pi: 3y - 3x - 3z + 6 = 0$

39 $\pi: 3x - 5y + z - 5 = 0$

Página 168

40 a) $r \cap s = P(2, 1, 0)$ b) $\pi: 4y - x + 3z - 2 = 0$

41 a) $\pi': x + z = 1$ b) $r: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 \\ z = \lambda \end{cases}$

r y π' son perpendiculares.

42 Si $m \neq -11$, los planos se cortan dos a dos.

43 $a = -11$

44 $t: \begin{cases} -x - y - 3z + 5 = 0 \\ x - y - z + 1 = 0 \end{cases}$

45 $b = -11$. Obtenemos el punto de corte $\left(6, \frac{-25}{2}, 4\right)$.

46 a) $k = -2$. El plano que las contiene es: $x - y - 2z - 2 = 0$.

b) Para todos los valores de k las rectas r y s son coplanarias. El plano que las contiene es:

$(4 - k)x + (3k + 12)z + (12 - 3k) = 0$

47 Las rectas son paralelas. El plano es $-x + 2y + 2z - 3 = 0$.

48 El plano es: $4x + 7y + z - 27 = 0$.

49 a) $D = (1, 2, -5)$ b) $r: \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 1 - 6\lambda \\ z = -2 - 2\lambda \end{cases}$

50 a) Si $m = 1$, no tienen ningún punto en común.

b) Tienen una recta en común.

51 La ecuación del plano es: $x - 4y + 3z - 2 = 0$.

Para que A pertenezca al mismo plano, ha de ser: $m = -1$.

52 $5x + 3y - z - 12 = 0$

53 $\begin{cases} x = 2 - \mu \\ y = 2 + \mu \\ z = 1 \end{cases}$

54 a) $a = -3$

b) No existe ningún valor de a para el cual r sea perpendicular al plano.

Página 169

55 $\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 1 - 5\lambda \\ z = -1 + 3\lambda \end{cases}$

56 a) Son perpendiculares y se cortan en el punto $(3, 2, 1)$.

b) $s: \begin{cases} x = 3 - 3\lambda \\ y = 2 - 2\lambda \\ z = 1 \end{cases}$

57 a) $\pi: x + 2y + 5z = 0$

b) $s: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = 1 + 5\lambda \end{cases}$

58 $5x + 4y + 11z - 15 = 0$

59 $r: \begin{cases} x = -3 + 6\lambda \\ y = a + (4 - a)\lambda \\ z = (2a + 1)\lambda \end{cases}$

No existe ningún valor de a para el cual dicha recta contenga al punto $R(9, 4, 6)$.

60 a) Las rectas se cruzan. b) $\pi: 2x + y + 2z - 2 = 0$

61 a) No se cumple que $\vec{d}_r \parallel \vec{d}_s \rightarrow$ Las rectas no son paralelas, se cruzan.

b) $\alpha: -x - 2y + z + 4 = 0$; $\beta: -x - 2y + z = 0$; $\alpha \parallel \beta$

62 a) $a = 2$ b) $r': \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + 4\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

63 a) Para $m = 1$, son perpendiculares.

b) No pueden ser paralelas nunca.

64 a) $\pi': 2x + 3y - z + 5 = 0$ b) $r': \begin{cases} 2x - 4y + z - 11 = 0 \\ 2x + 3y - z + 5 = 0 \end{cases}$

65 Si $a = 7$, los planos se cortan en una recta.

Si $a \neq 7$, los planos se cortan en una recta.

66 $r: \begin{cases} x - 2z - 4 = 0 \\ x + 3z + 1 = 0 \end{cases}$

67 Si $a = -1$, la recta es paralela al plano.

Si $a = 2$, la recta está contenida en el plano.

Si $a \neq -1$ y $a \neq 2$, la recta y el plano se cortan en un punto.

Página 170

68 $\left. \begin{array}{l} \pi: ax + y + z = a \\ \pi': x - ay + az = -1 \end{array} \right\} \rightarrow M = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & -a & a \end{pmatrix}$

$$\begin{vmatrix} a & 1 \\ 1 & -a \end{vmatrix} = -a^2 - 1 = -(a^2 + 1) \neq 0 \text{ para todo valor de } a.$$

Vector dirección de la recta: $(2a, 1 - a^2, -a^2 - 1)$

69 a) Si $a = 1$, las rectas son secantes, y, por tanto, están contenidas en el plano. Así, la ecuación del plano es: $x - 4y + z + 7 = 0$

b) No hay ningún valor de a para el que las rectas sean paralelas. Si $a \neq 1$, las rectas se cruzan.

70 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + \lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$

71 a) Verdadero. b) Falso. c) Falso. d) Verdadero.

e) Verdadero. f) Falso. g) Falso.

72 a) Hacemos, por ejemplo, $y = \lambda$, $z = \mu$ y despejamos x .

En el caso del plano $x + 2y - z - 1 = 0$, quedaría: $x = 1 - 2y + z$; es decir:

$$\left. \begin{array}{l} x = 1 - 2\lambda + \mu \\ y = \lambda \\ z = \mu \end{array} \right\} \text{son sus ecuaciones paramétricas.}$$

b) Se procede de la misma manera. Hacemos, por ejemplo, $x = \lambda$, $y = \mu$ y despejamos z . En el caso del plano $2x - z + 8 = 0$, quedaría: $z = 2x + 8$; es decir:

$$\left. \begin{array}{l} x = \lambda \\ y = \mu \\ z = 8 + 2\lambda \end{array} \right\} \text{son sus ecuaciones paramétricas.}$$

73 Las ecuaciones implícitas son: $\begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases}$

Despejamos las ecuaciones:

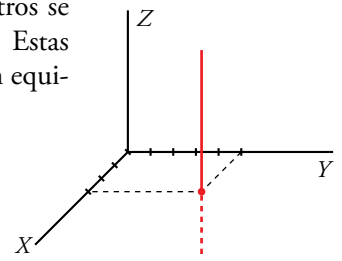
$$\left. \begin{array}{l} x = 4 \\ y = -3 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x - 4 = 0 \\ y + 3 = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{x - 4}{0} = \frac{y + 3}{0}$$

El vector será $(0, 0, 1)$, que es paralelo a $(0, 0, k)$ para cualquier k y hace que z pase por cualquier punto, luego:

$$\frac{x - 4}{0} = \frac{y + 3}{0} = \frac{z - a}{k} = \frac{z - 1}{2}$$

74 Realmente, los dos parámetros se comportan como uno solo. Estas ecuaciones paramétricas son equivalentes a estas otras:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \\ z = \lambda \end{cases}$$



75 Deben ser paralelas o secantes.

76 No. Pueden ser paralelas o cruzarse.

77 $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$. Por tanto, \vec{AB} es perpendicular a \vec{n} .

78 La condición que deben cumplir tres puntos para que determinen un plano es que no deben estar alineados.

Hay un haz de planos que los contienen.

79 a) Si el sistema es compatible tiene solución, es decir, se cortan en un punto o en una recta.

b) Si es compatible indeterminado, significa que la recta está contenida en el plano.

80 a) $a = b = 0$, $c \neq 0$, $d \neq 0$

b) $c = 0$

c) $c = 0$, $d \neq 0$

d) $b = c = 0$

e) $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$

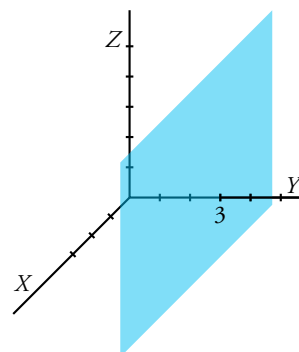
81 a) Si sustituimos las coordenadas de los puntos A , B y C en la ecuación dada, vemos que la cumplen.

b) $(5, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$, $(0, 0, 7)$

Página 171

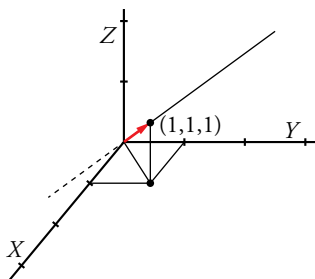
82 a) $b = 0$ b) $c = 0$ c) $b = c = 0$ d) $a = b = c$

83 a) Es un plano paralelo al plano XZ que pasa por $(0, 3, 0)$

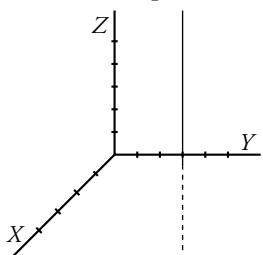


b) Es la recta intersección de los planos YZ y XY , es decir, la recta del eje OY .

- c) Es una recta que pasa por el origen y tiene como vector de dirección $(1, 1, 1)$.



- d) Es una recta paralela al eje OZ que pasa por $(0, 3, 0)$.



- e) Es un plano que pasa por $(0, 0, 0)$ y contiene a los vectores $(1, 0, 0)$ y $(0, 1, 0)$, es decir, es el plano XY .
- f) Es el punto $(0, 3, 0)$.

84 $a = 1$

85 a) $V = (2, 3, 8)$ b) $W = (4, 7, -9)$

c) $\vec{OX} = \vec{p} + \frac{m}{m+n} \vec{PQ} = \vec{p} + \frac{m}{m+n} (\vec{q} - \vec{p}) =$
 $= \left(1 - \frac{m}{m+n}\right) \vec{p} + \frac{m}{m+n} \vec{q} = \frac{m}{m+n} \vec{p} + \frac{m}{m+n} \vec{q}$

- d) Llamamos $d = |\vec{PQ}|$. Sea X un punto del segmento PQ que esté a una distancia αd de P y $(1 - \alpha)d$ de Q . (Como $0 \leq \alpha \leq 1$, entonces $0 \leq \alpha d \leq d$; luego X pertenece al segmento PQ).

Razonando como en los apartados anteriores, tenemos que las coordenadas de X son:

$$\frac{(1 - \alpha)d}{d} \vec{p} + \frac{\alpha d}{d} \vec{q}; \text{ es decir, } (1 - \alpha) \vec{p} + \alpha \vec{q}$$

Por tanto, este punto (que es X) es un punto del segmento PQ .

Autoevaluación

1 a) $r: \begin{cases} \vec{d}_r = -3(0, 1, 0) \\ P_r = (1, 2, 3) \end{cases}$

$$\pi: -x + 7y + 4z - 3 = 0$$

- b) Se cortan.

2 a) $\vec{d}_r = (-1, -1, 1)$

b) $r: \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

3 $r': \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

4 $\pi: x + 14y + 11z + 12 = 0$

- 5** Para $k = 2$, los tres vectores son linealmente independientes. Las rectas, por tanto, se cruzan.

Para $k = 5$, las rectas se cortan en el punto $(3, 1, 4)$.

- 6** Si $m \neq 2$, los planos se cortan en un punto.

Si $m = 2$, los planos se cortan en una recta:

$$r: \begin{cases} x = -1 - 2\lambda \\ y = 3 + 3\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

7 $\begin{cases} x = \lambda \\ y = 6 - 3\lambda \\ z = -5 + 3\lambda \end{cases}$

8 $r: \begin{cases} x - y + z - 1 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases}$