

# CÁLCULO DE ÁREAS DE RECINTOS PLANOS

## Ejercicio 1.

Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de  $y = \operatorname{sen} x$  y el eje OX entre 0 y  $2\pi$ .

Solución: 4

## Ejercicio 2.

Calcular el área del recinto limitado por las curvas  $y = x^3 - 3x + 8$ ,  $y = -3x$ , y las verticales  $x = -3$ ,  $x = 0$ .

Solución:  $\frac{81}{4}$

## Ejercicio 3.

Calcular el área del recinto limitado por las curvas  $y = x$ ,  $y = x^2$ ,  $y = \frac{x^2}{4}$ .

Solución:  $\frac{5}{2}$

## Ejercicio 4.

Hallar el área de la región limitada por la curva  $y = x^3 - 6x^2 + 8x$  y el eje OX.

Solución: 8

## Ejercicio 5.

Hallar el área del recinto limitado por las parábolas  $y = x^2$ ,  $x = y^2$ .

Solución:  $\frac{1}{3}$

## Ejercicio 6.

Calcular el área de la región limitada por la parábola  $y^2 = 4x$  y la recta  $y = x - 3$ .

Solución:  $\frac{64}{3}$

## Ejercicio 7.

Calcular el área del menor de los recintos limitados por la circunferencia  $x^2 + y^2 = 5$  y la hipérbola  $xy = 2$ .

Solución:  $\operatorname{arcsen} \frac{2}{\sqrt{5}} - \operatorname{arcsen} \frac{1}{\sqrt{5}} + 2 \ln 2$

**Ejercicio 8.**

Hallar el área de la región comprendida entre la curva  $y = \frac{1}{1+x^2}$  y la parábola  $2y = x^2$ .

Solución:  $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$

**Ejercicio 9.**

Calcular el área de la región limitada por la curva  $f(x) = (x^2 - x)e^x$  y el eje OX.

Solución:  $(3 - e)$

**Ejercicio 10.**

Calcular el área de la región limitada por la hipérbola  $xy = m^2$  y el eje OX entre  $x = a$  y  $x = 3a$  ( $a > 0$ ).

Solución:  $m^2 \ln 3$

**Ejercicio 11.**

Calcular el área de la región limitada por  $y = e^x$ ,  $y = e^{-x}$ ,  $x = 1$ .

Solución:  $\frac{(e-1)^2}{e}$

**Ejercicio 12.**

Hallar el área del recinto limitado por la parábola  $y = x^2 - 2x - 8$  y la recta  $2x - y - 3 = 0$ .

Solución: 36

**Ejercicio 13.**

Hallar el área de la región limitada por las curvas  $y = x^3 - x$ ,  $y = x^2$ .

Solución:  $\frac{13}{12}$

**Ejercicio 14.**

Calcular el área de la región limitada por  $y = e^x$ ,  $y = e^{-x}$ ,  $x = 1$ ,  $x = -1$  y el eje OX.

Solución:  $\frac{2e-2}{e}$

**Ejercicio 15.**

Hallar el área de la región limitada por las curvas  $y = \operatorname{sen} x$ ,  $y = \cos x$ ,  $x = \frac{\pi}{4}$ ,  $x = \frac{5\pi}{4}$ .

Solución:  $2\sqrt{2}$

**Ejercicio 16.**

Calcular el área de la región que encierra la curva  $y = \cos x$  y el eje OX entre  $x=0$  y  $x=2\pi$ .

Solución: 4

**Ejercicio 17.**

Calcular el área de la región comprendida entre la parábola  $x = 2 - 2y^2$  y el eje OY.

Solución:  $\frac{8}{3}$

**Ejercicio 18.**

Las gráficas de  $f(x) = x^2$  y  $g(x) = cx^3$ , siendo  $c > 0$ , se cortan en los puntos  $(0,0)$  y en  $\left(\frac{1}{c}, \frac{1}{c^2}\right)$ . Determinar  $c$  de manera que la región limitada entre esas gráficas y sobre el

intervalo  $\left[0, \frac{1}{c}\right]$  tenga área  $\frac{2}{3}$ .

Solución:  $c = \frac{1}{2}$

**Ejercicio 19.**

Hallar el área de la figura limitada por la curva  $y = x(x-1)(x-2)$  y el eje OX.

Solución:  $\frac{1}{2}$

**Ejercicio 20.**

Hallar el área del recinto plano limitado por la curva  $y^3 = x$ , la recta  $y=1$  y la vertical  $x=8$ .

Solución:  $\frac{17}{4}$

**Ejercicio 21.**

Calcular el área de la figura comprendida entre la curva  $y = \operatorname{tg} x$ , el eje OX y la recta  $x = \frac{\pi}{3}$ .

Solución:  $\ln 2$

**Ejercicio 22.**

Hallar el área de la figura comprendida entre la curva de Agnesi  $y = \frac{a^3}{x^2 + a^2}$  y el eje de abscisas.

Solución:  $\pi a^2$

**Ejercicio 23.**

Calcular el área del segmento de la parábola  $y = 2x - x^2$  que corta la recta  $y = -x$ .

Solución:  $\frac{9}{2}$

**Ejercicio 24.**

Hallar el área de la figura limitada por la curva  $y = x^3$ , la recta  $y = 8$  y el eje OY.

Solución: 12

**Ejercicio 25.**

Calcular el área de la figura comprendida entre las parábolas  $y = \frac{x^2}{3}$  e  $y = 4 - \frac{2}{3}x^2$ .

Solución:  $\frac{32}{3}$

**Ejercicio 26.**

Calcular el área de la superficie comprendida entre la circunferencia  $x^2 + y^2 = 16$  y la parábola  $x^2 = 12(y-1)$ .

Solución:  $\frac{16\pi - 4\sqrt{3}}{3}$  y  $\frac{32\pi + 4\sqrt{3}}{3}$

**Ejercicio 27.**

Hallar el área del recinto plano limitado por la *parábola de Neil*  $y = x^{\frac{2}{3}}$  y la recta  $x = 1$ .

Solución:  $\frac{3}{5}$

**Ejercicio 28.**

Calcular el área de la región limitada por la parábola semicúbica  $y^2 = x^3$ ,  $\left( \text{o también } \begin{cases} x = t^2 \\ y = t^3 \end{cases} \right)$

y la recta vertical  $x = 1$ .

Solución:  $\frac{4}{5}$

**Ejercicio 29.**

Hallar el área de la figura limitada por la curva  $a^2 y^2 = x^2(a^2 - x^2)$ .

Solución:  $\frac{4}{3}a^2$

**Ejercicio 30.**

Hallar el área de la región comprendida entre la curva  $y = \frac{1}{x^2}$ , el eje OX y la recta  $x = 1$  ( $x > 1$ ).

Solución: 1

**Ejercicio 31.**

Calcular el área contenida en el interior de la *astroide*  $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = b \operatorname{sen}^3 t \end{cases}$ .

Solución:  $\frac{3}{8} \pi ab$

**Ejercicio 32.**

Hallar el área de la figura limitada por la *cardioide*  $\begin{cases} x = a(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = a(2 \operatorname{sen} t - \operatorname{sen} 2t) \end{cases}$

Solución:  $6\pi a^2$

**Ejercicio 33.**

Hallar el área de la región limitada por la *cisoide*  $y^2 = \frac{x^3}{2a-x}$  y su asíntota  $x = 2a$ , ( $a > 0$ ).

Solución:  $3\pi a^2$

**Ejercicio 34.**

Calcular el área de la región comprendida entre el *estrofoide*  $y^2 = \frac{x(x-a)^2}{2a-x}$  y su asíntota ( $a > 0$ ).

Solución:  $a^2 \left( 2 + \frac{\pi}{2} \right)$