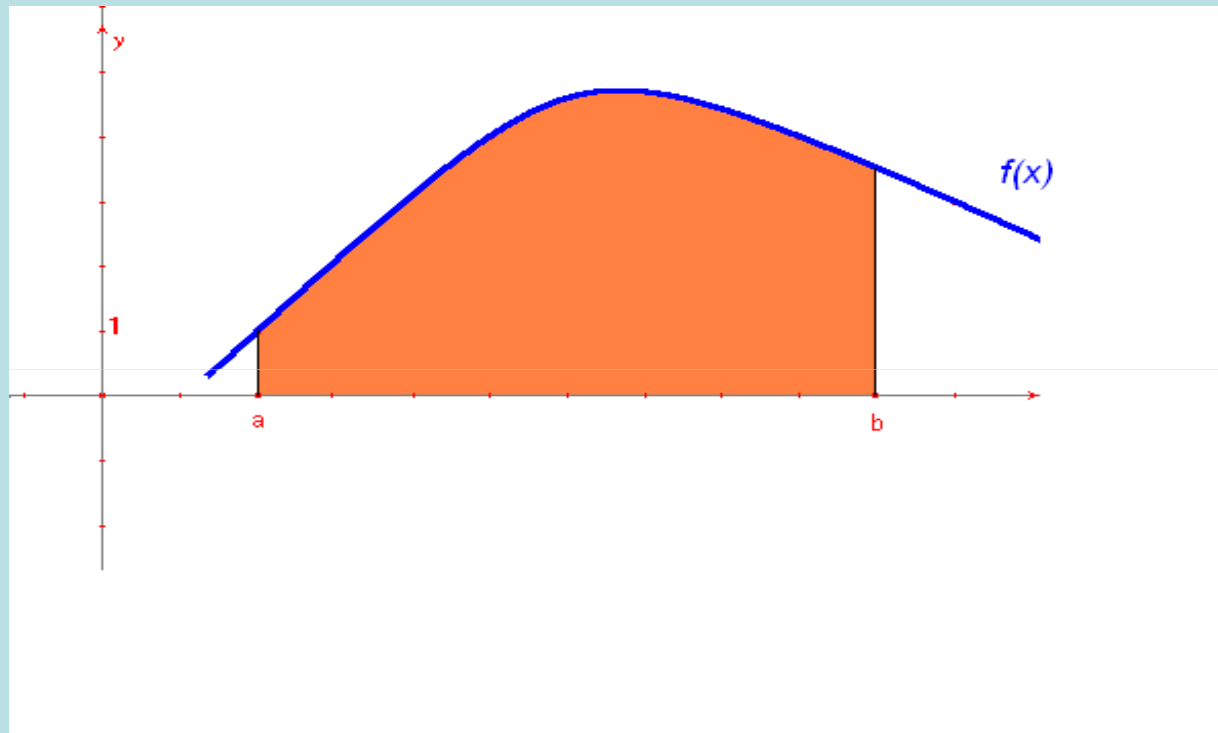


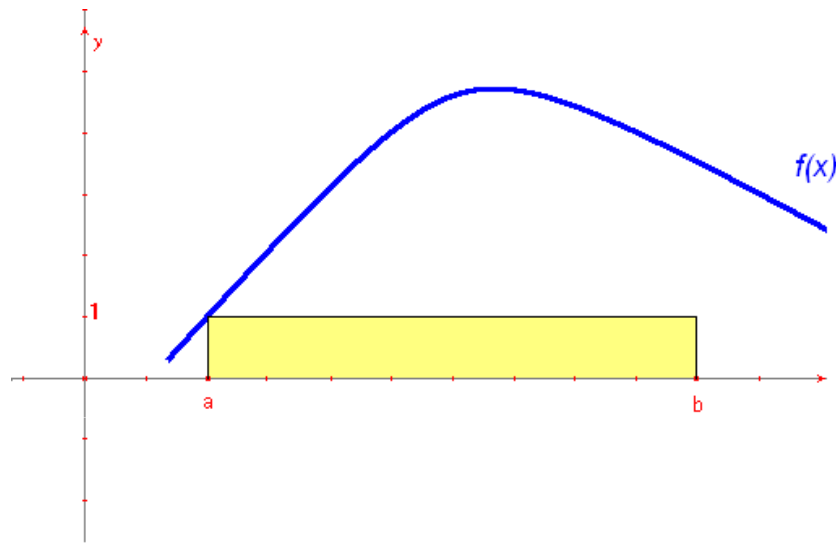
INTEGRAL DEFINIDA

$$\int_a^b f(x) dx$$

ÁREA BAJO UNA CURVA

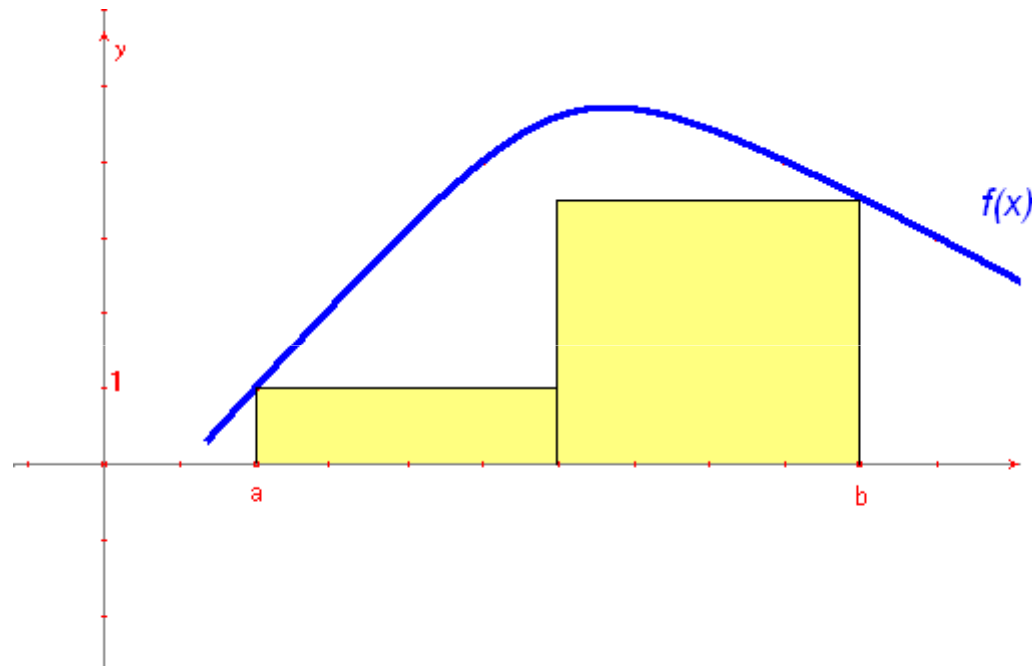


SUMAS INFERIORES



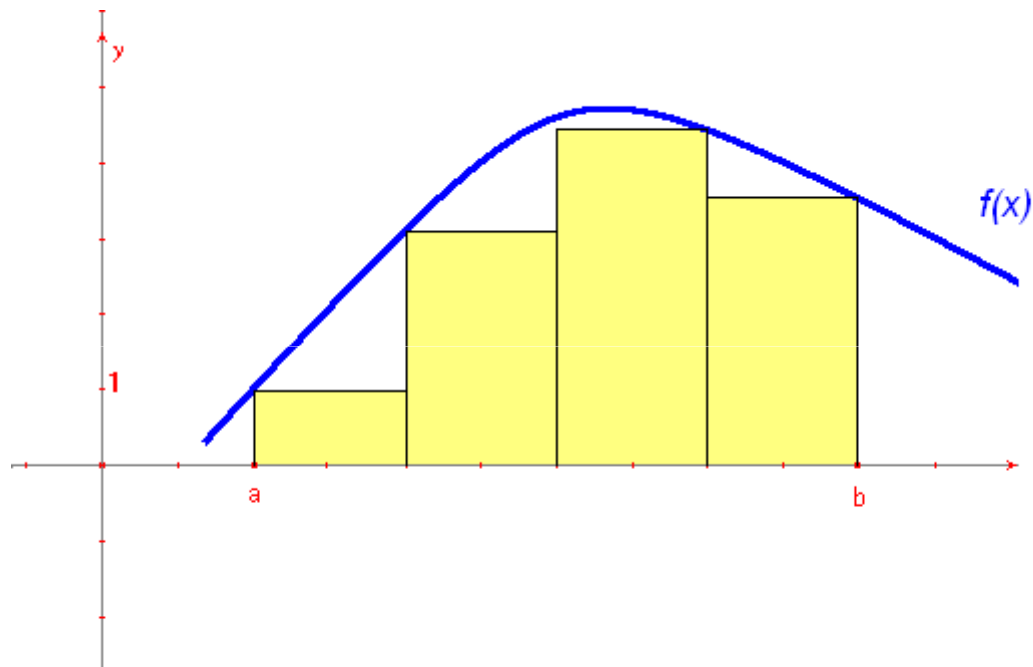
$$S_{\text{inf}}(f, 1) = h \cdot m_1 \quad ; \quad h = b - a$$

SUMAS INFERIORES



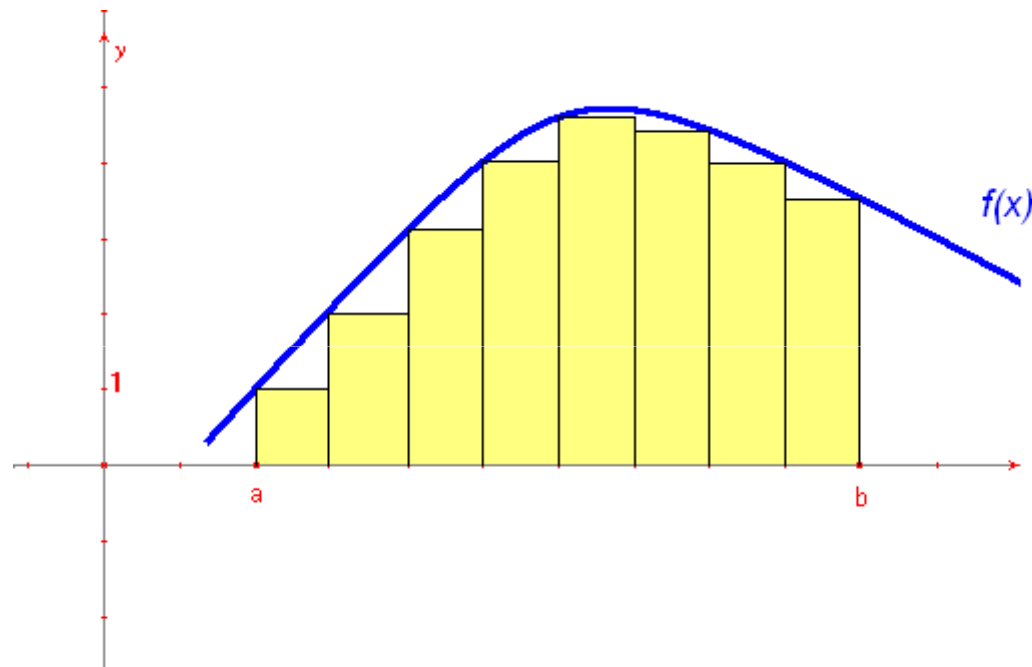
$$S_{\text{inf}}(f, 2) = h \cdot m_1 + h \cdot m_2 \quad ; \quad h = \frac{b-a}{2}$$

SUMAS INFERIORES



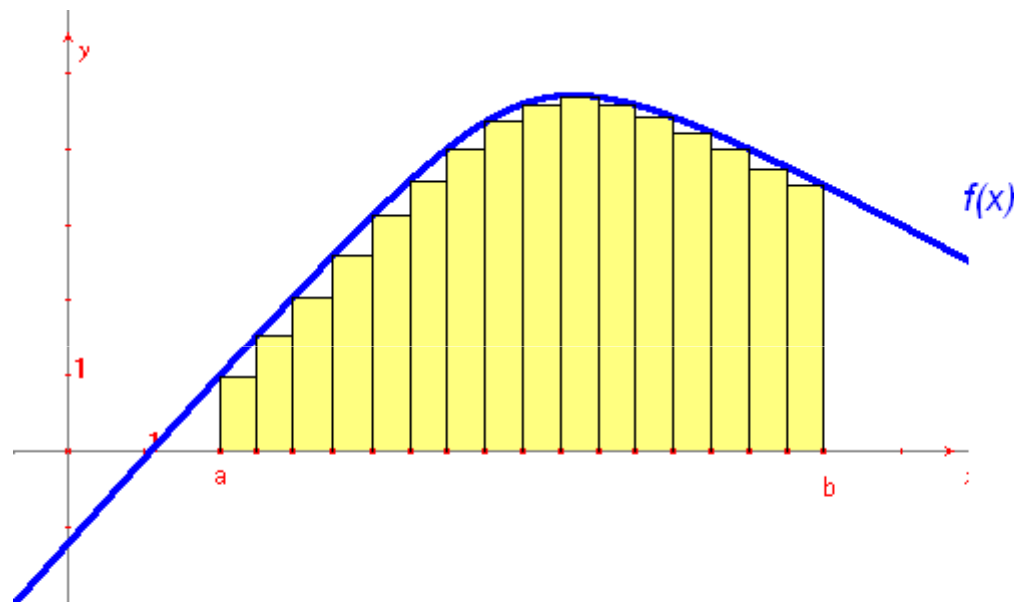
$$S_{\text{inf}}(f, 4) = h \cdot m_1 + h \cdot m_2 + \dots + h \cdot m_4 = \sum_{k=1}^4 h \cdot m_k \quad ; \quad h = \frac{b-a}{4}$$

SUMAS INFERIORES



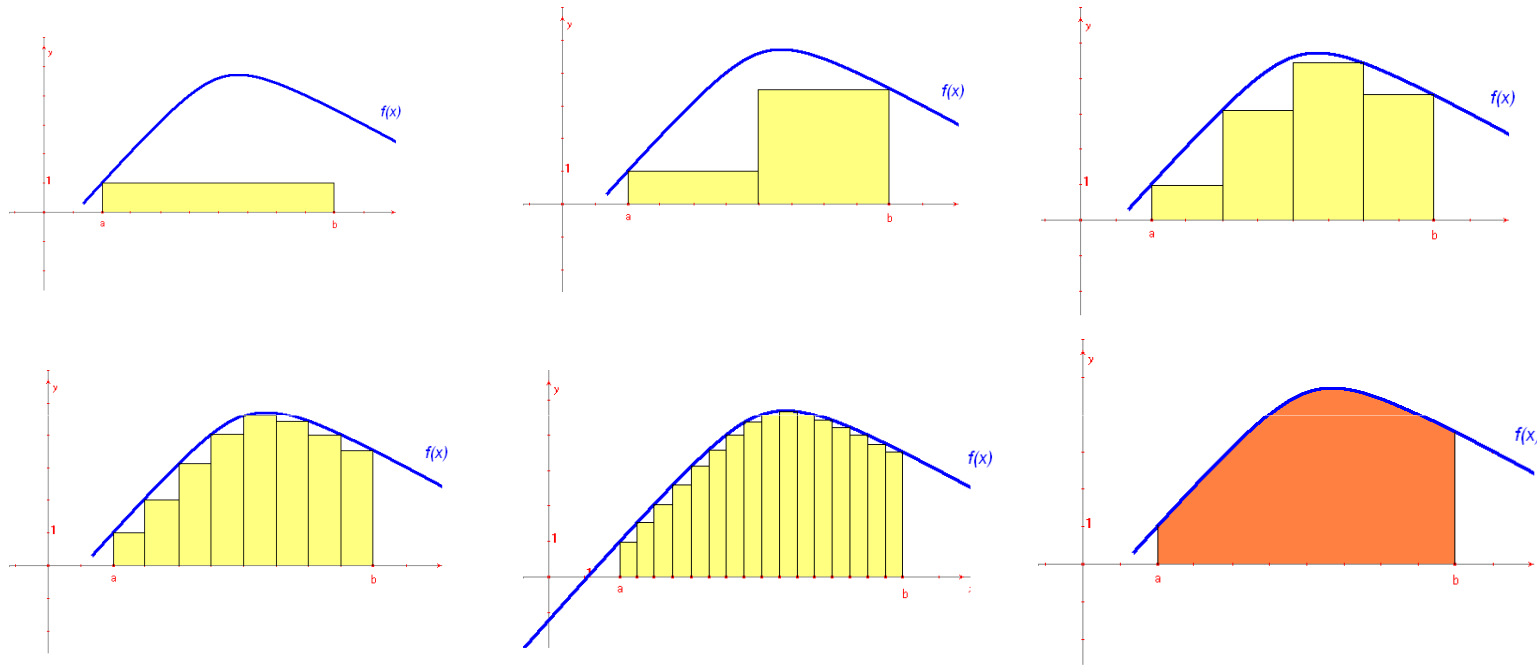
$$S_{\text{inf}}(f, 8) = h \cdot m_1 + h \cdot m_2 + \dots + h \cdot m_8 = \sum_{k=1}^8 h \cdot m_k \quad ; \quad h = \frac{b-a}{8}$$

SUMAS INFERIORES



$$S_{\text{inf}}(f, 16) = h \cdot m_1 + h \cdot m_2 + \dots + h \cdot m_{16} = \sum_{k=1}^{16} h \cdot m_k \quad ; \quad h = \frac{b-a}{16}$$

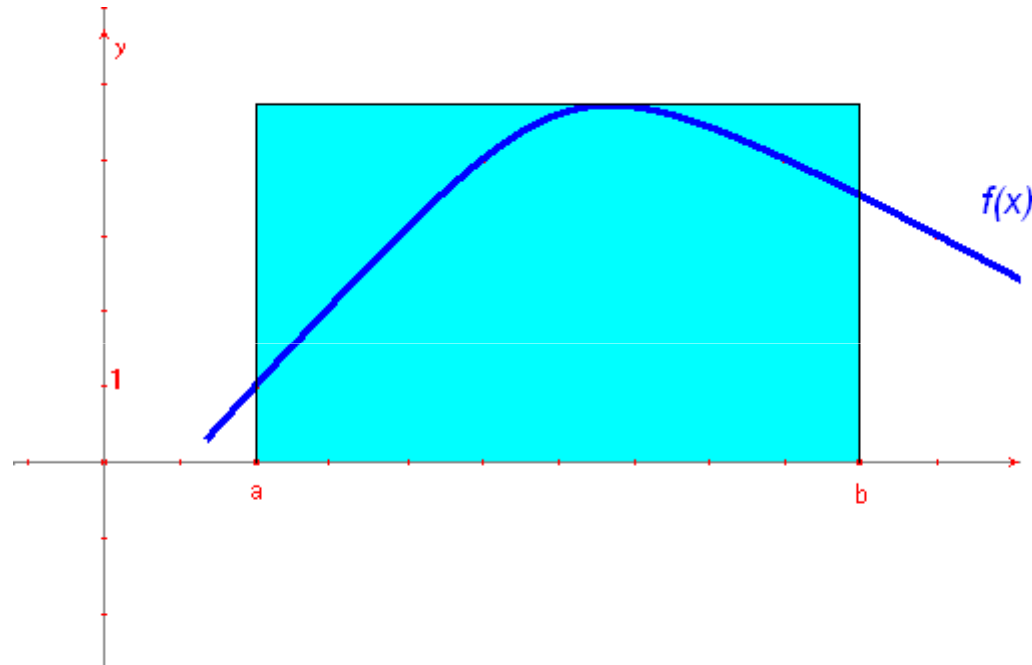
SUMAS INFERIORES



$$S_{\text{inf}}(f, n) = h \cdot m_1 + h \cdot m_2 + \dots + h \cdot m_n = \sum_{k=1}^n h \cdot m_k \quad ; \quad h = \frac{b-a}{n}$$

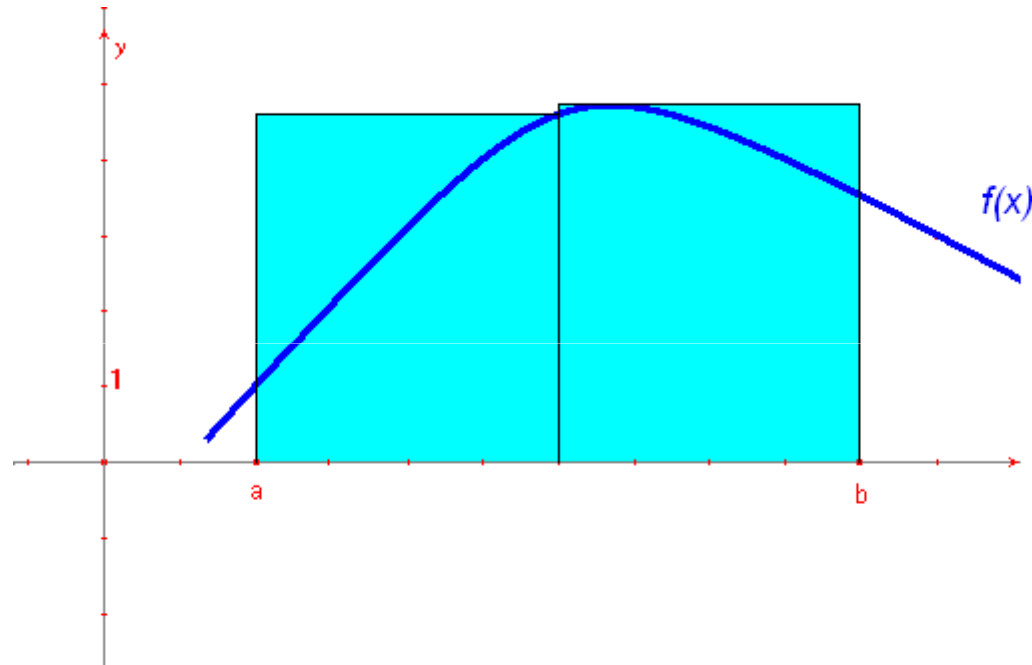
$S_{\text{inf}}(f, n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \text{Área bajo } f \text{ entre } x = a \text{ y } x = b$

SUMAS SUPERIORES



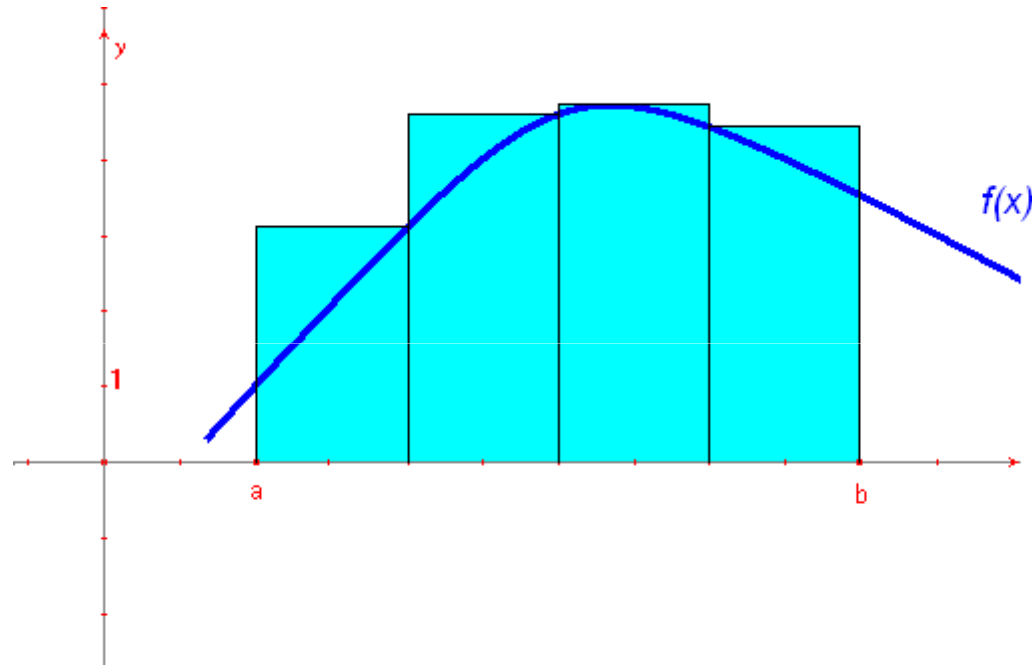
$$S_{\text{sup}}(f, 1) = h \cdot M_1 \quad ; \quad h = b - a$$

SUMAS SUPERIORES



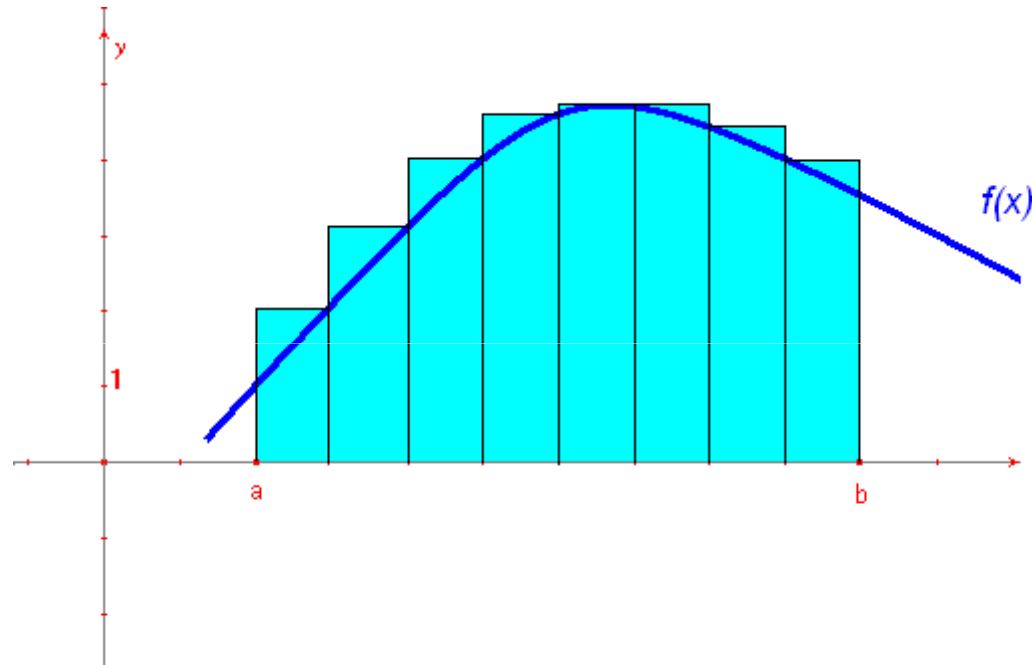
$$S_{\text{sup}}(f, 2) = h \cdot M_1 + h \cdot M_2 \quad ; \quad h = \frac{b-a}{2}$$

SUMAS SUPERIORES



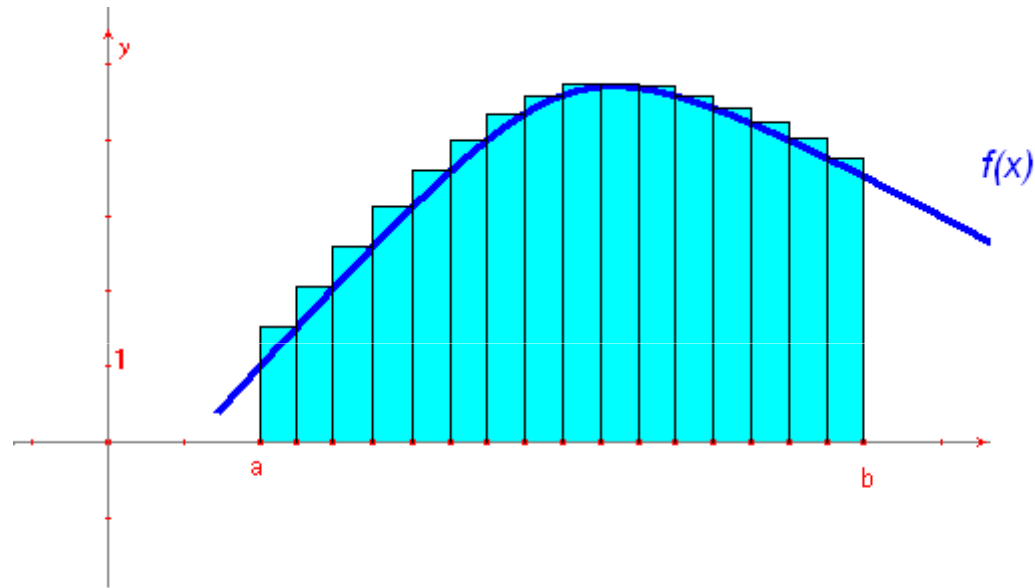
$$S_{\text{sup}}(f, 4) = h \cdot M_1 + h \cdot M_2 + \dots + h \cdot M_4 = \sum_{k=1}^4 h \cdot m_k \quad ; \quad h = \frac{b-a}{4}$$

SUMAS SUPERIORES



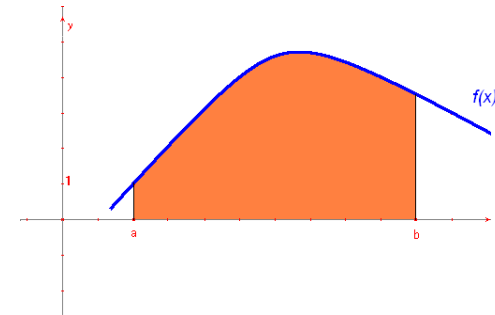
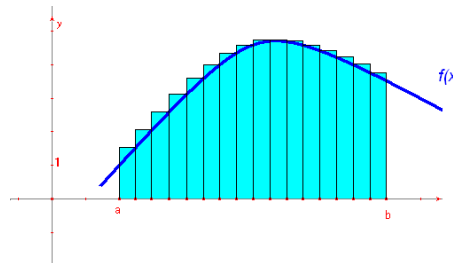
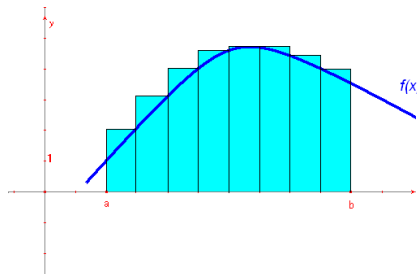
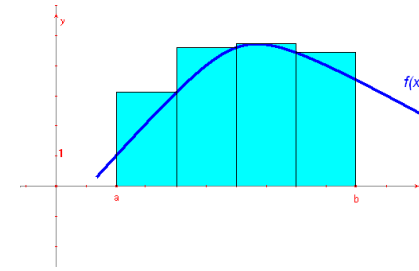
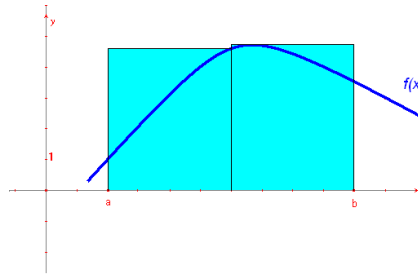
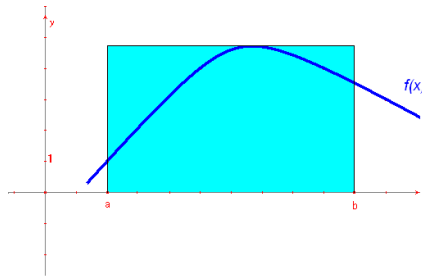
$$S_{\text{sup}}(f, 8) = h \cdot M_1 + h \cdot M_2 + \dots + h \cdot M_8 = \sum_{k=1}^8 h \cdot M_k \quad ; \quad h = \frac{b-a}{8}$$

SUMAS SUPERIORES



$$S_{\text{sup}}(f, 16) = h \cdot M_1 + h \cdot M_2 + \dots + h \cdot M_{16} = \sum_{k=1}^{16} h \cdot M_k ; \quad h = \frac{b-a}{16}$$

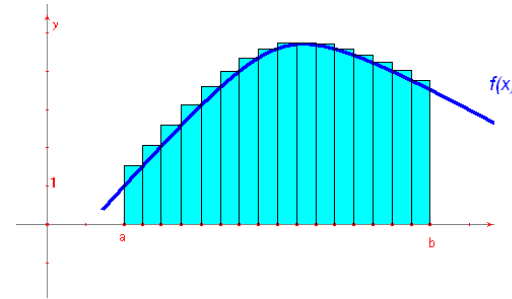
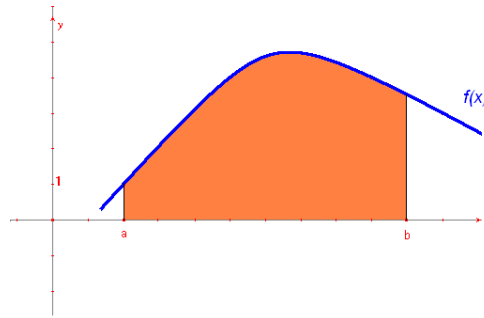
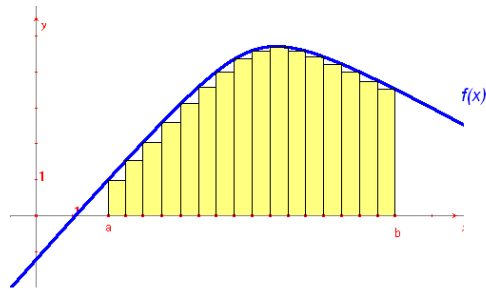
SUMAS SUPERIORES



$$S_{\text{sup}}(f, n) = h \cdot M_1 + h \cdot M_2 + \dots + h \cdot M_n = \sum_{k=1}^n h \cdot M_k \quad ; \quad h = \frac{b-a}{n}$$

$S_{\text{sup}}(f, n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \text{Área bajo } f \text{ entre } x = a \text{ y } x = b$

INTEGRAL DEFINIDA



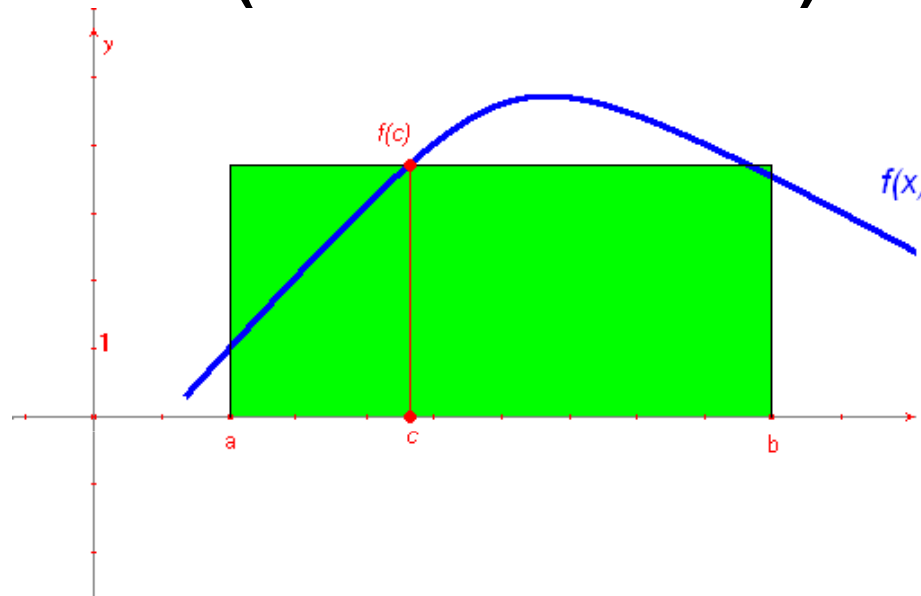
$$\text{Área} = \int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{inf}}(f, n) = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{sup}}(f, n)$$

TEOREMA DE LA MEDIA INTEGRAL

$$\text{Área bajo } f \text{ entre } a \text{ y } b = f(c) \cdot (b - a)$$

para algún punto c entre a y b

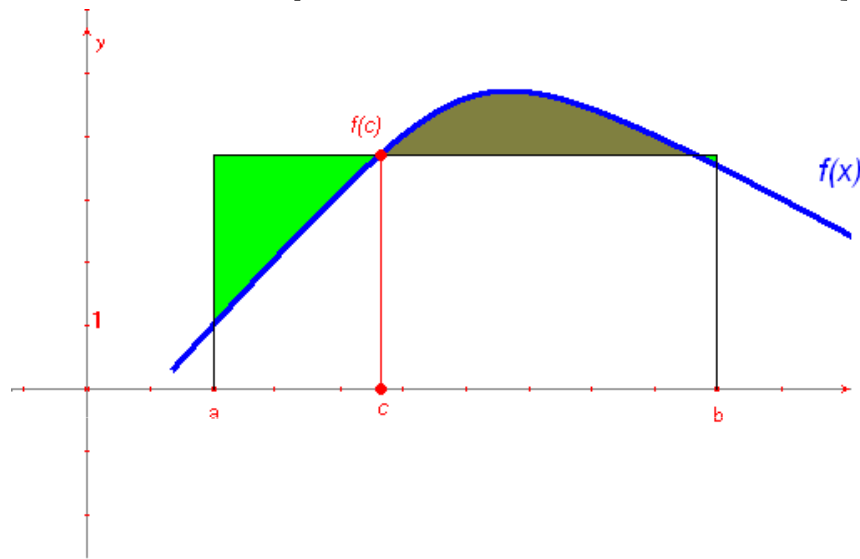
TEOREMA DE LA MEDIA (INTEGRAL)



$$\text{Área bajo } f \text{ entre } a \text{ y } b = f(c) \cdot (b - a)$$

para algún punto c entre a y b

TEOREMA DE LA MEDIA (INTEGRAL)



$$\text{Área bajo } f \text{ entre } a \text{ y } b = f(c) \cdot (b - a)$$

El punto c está donde el área que sobra y la que falta coinciden

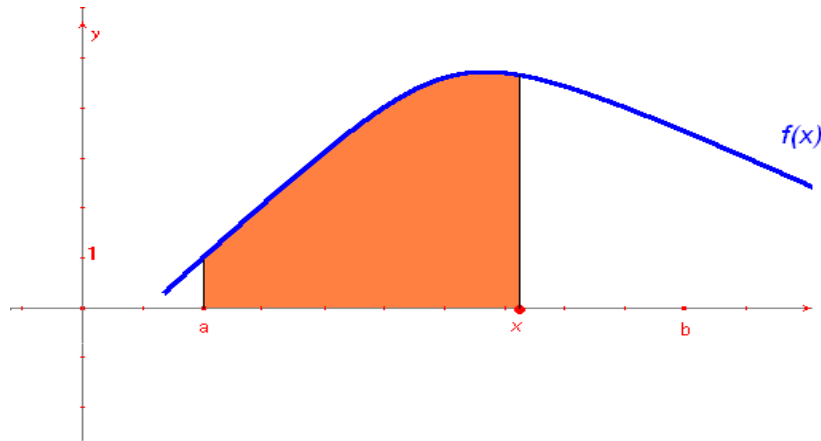
TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO INTEGRAL

Si f es continua en $[a,b]$, entonces la función:

$$A(x) = \text{Área bajo } f \text{ entre } a \text{ y } x$$

es una primitiva de f , es decir $A'(x)=f(x)$

TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO INTEGRAL



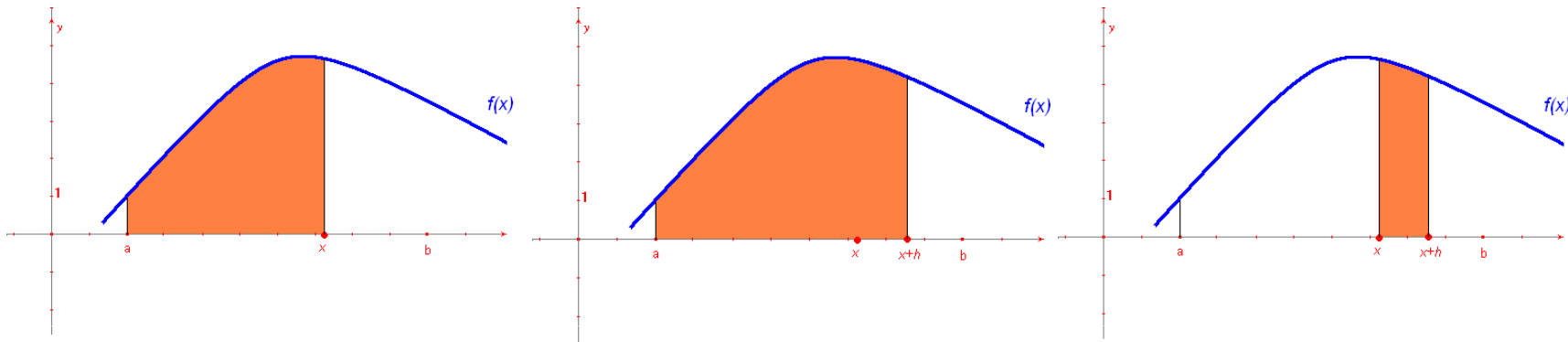
Si f es continua en $[a,b]$, entonces la función:

$$A(x) = \text{Área bajo } f \text{ entre } a \text{ y } x$$

es una primitiva de f , es decir $A'(x)=f(x)$

ya que ...

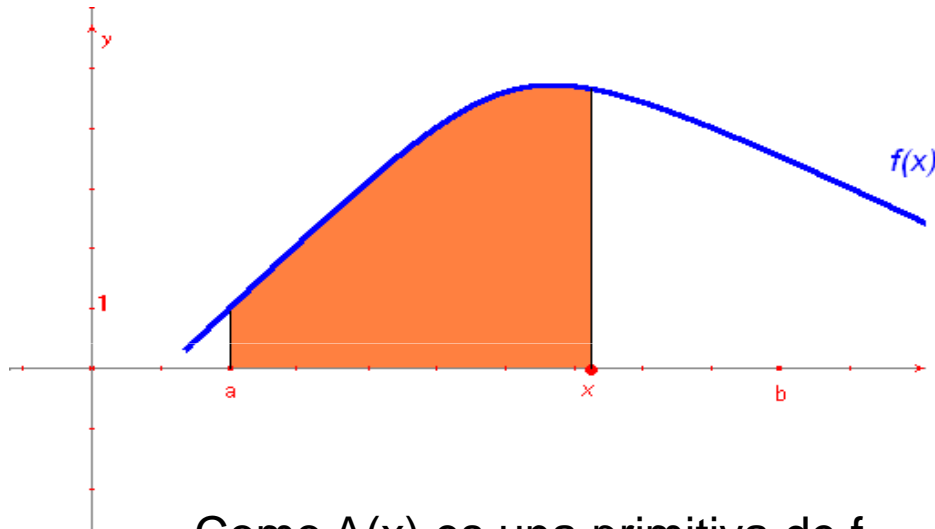
TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO INTEGRAL



$$A'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{A(x+h) - A(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \cdot f(c)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} f(c) = f(x)$$

donde c es algún punto entre x y $x+h$

TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO INTEGRAL



Como $A(x)$ es una primitiva de f

se escribe:

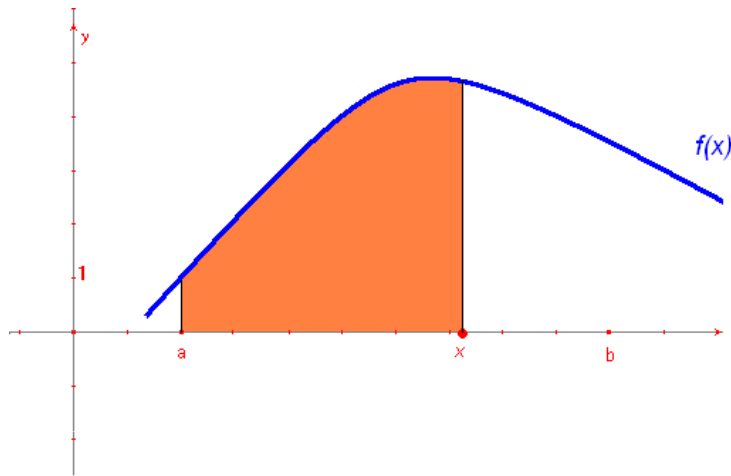
$$A(x) = \int_a^x f(t) dt$$

REGLA DE BARROW

Sea f una función continua en $[a,b]$,
y sea $F(x)$ una primitiva de $f(x)$ en $[a,b]$;
entonces:

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

REGLA DE BARROW



$$A(x) = \int_a^x f(t) dt$$

Esta función cumple: $A'(x)=f(x)$

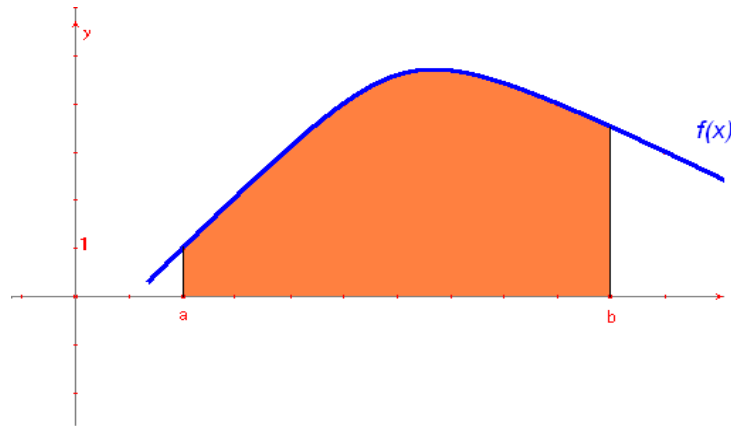
por tanto si F es una primitiva de f : $A(x) = F(x) + C$

y como $A(a)=0$: $A(a)=F(a)+C=0 \Rightarrow C=-F(a)$

Es decir:

$$A(x) = \int_a^x f(t) dt = F(x) - F(a)$$

REGLA DE BARROW



Sea f una función continua en $[a,b]$,
y sea $F(x)$ una primitiva de $f(x)$ en $[a,b]$;
entonces:

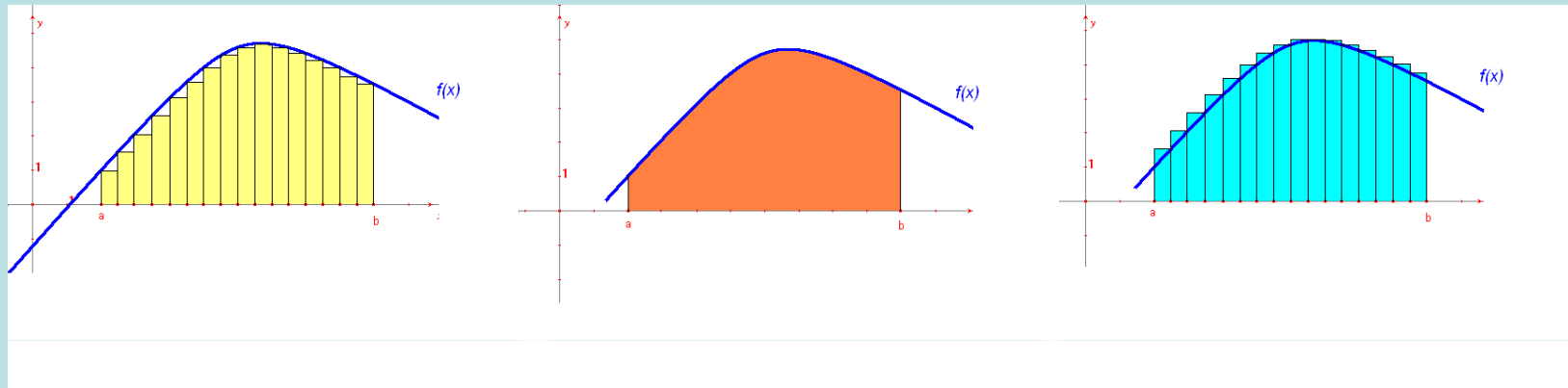
$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

RESUMIENDO

INTEGRAL DEFINIDA

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{sup}}(f, n) = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{inf}}(f, n)$$

Si f es positiva en $[a, b]$, representa el área bajo f entre a y b



INTEGRAL DEFINIDA

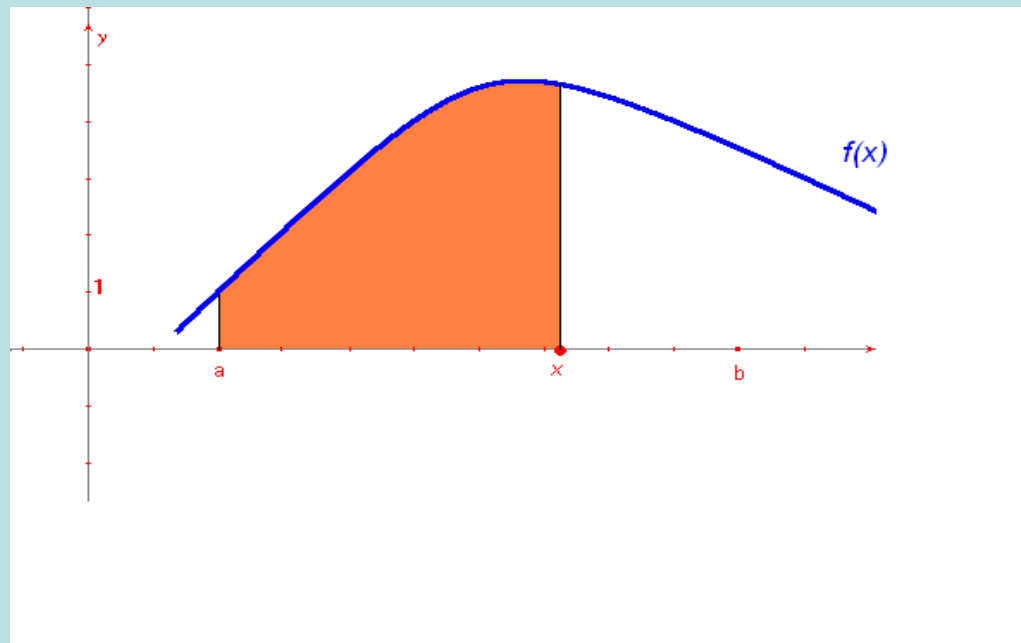
$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{sup}}(f, n) = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{inf}}(f, n)$$

Si f es positiva en $[a, b]$, representa el área bajo f entre a y b

FUNCIÓN INTEGRAL

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{sup}}(f, n) = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{inf}}(f, n)$$

Si f es positiva y continua en $[a, b]$, F representa el área bajo f entre a y x .



INTEGRAL DEFINIDA

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{sup}}(f, n) = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{inf}}(f, n)$$

Si f es positiva en $[a, b]$, representa el área bajo f entre a y b

FUNCIÓN INTEGRAL

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{sup}}(f, n) = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{inf}}(f, n)$$

Si f es positiva y continua en $[a, b]$, F representa el área bajo f entre a y x .

TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO INTEGRAL

Si f es continua en $[a, b]$, entonces la función integral es derivable y:

$$F'(x) = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

INTEGRAL DEFINIDA

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{sup}}(f, n) = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{inf}}(f, n)$$

Si f es positiva en $[a, b]$, representa el área bajo f entre a y b

FUNCIÓN INTEGRAL

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{sup}}(f, n) = \lim_{n \rightarrow \infty} S_{\text{inf}}(f, n)$$

Si f es positiva y continua en $[a, b]$, F representa el área bajo f entre a y x .

TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO INTEGRAL

Si f es continua en $[a, b]$, entonces la función integral es derivable y:

$$F'(x) = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

REGLA DE BARROW

Si f es continua en $[a, b]$ y F es una primitiva de f ; entonces:

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$