

NÚMEROS

ENTEROS

A) Ordena los siguientes números enteros: $-4, -2, +5, +11, -14, +8, -8$

B) Calcula:

1) $2 - 3 \cdot 5$

2) $-7 + 4 \cdot 3$

3) $6 - (-1) \cdot (-4)$

4) $-7 - (-4)^2 : (-2)^3$

5) $3 - 2 \cdot (5 - 2)^2 : 3$

6) $7 - 5 \cdot 2 - 10 \cdot (-3) \cdot (-2)$

7) $7 - (5 \cdot 2 - 10) \cdot (-3) \cdot (-2)$

8) $7 - 5 \cdot (2 - 10) - 3 \cdot (-2)$

9) $48 : [5 \cdot 3 - 2 \cdot (6 - 10) - 17]$

10) $13 - [8 - |6 - 3| - 4 \cdot 3] : (-7)$

11) $8 - 2 \cdot [-2 + 4 - (-2) \cdot 5 + 1] - 5 \cdot (4 - 2)$

12) $(8 - 2 - 2 + 4) \cdot (-2) + (5 + 1) \cdot (-3) - 5 \cdot (4 - 2)$

13) $18 - 5 \cdot [6 - 2 \cdot (4 - 7)] + 3 \cdot [5 + 3 \cdot |9 - 11|]$

14) $2 - 3 \cdot [-6 + 5 \cdot (-2) - 3] - [-1 + 1 \cdot (-3) - 2]$

15) $[6 - 4 \cdot 3 : 2]^5 - \{[(5 + 2) \cdot 2 + (8 - 6)^2] : [4 - (5 - 6)^2]^2\}$

RACIONALES

A) Calcula:

1) $1 + 6 \cdot \frac{4}{7} - \frac{10}{7} : 2$

2) $\frac{1}{2} - \frac{5}{6} : \frac{10}{2} + \frac{5}{12} : \left(\frac{5}{4}\right)^{-1}$

3) $\frac{3}{5} \cdot 2 + \frac{7}{3} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) + \frac{3}{7}$

- 4) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \cdot 3^{-1}$
- 5) $-\frac{1}{5} : \left[\left(4 + \frac{1}{7} \cdot 3\right) : \left(\left(2 - \frac{8}{3}\right) \cdot \frac{1}{5} \right) \right]$
- 6) $\left(8 - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{2}{3} - \left(1 - \frac{1}{2}\right) : \left(3 + \frac{5}{6}\right)$
- 7) $\frac{1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} + 1\right)}{\frac{4}{3} : \frac{2}{5} + \frac{1}{2}}$
- 8) $\frac{\frac{1}{2} - \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} - 1}{2 + 1 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)}}{2 + 1 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)}$
- 9) $\frac{5}{3} - 1.\bar{3} \cdot \frac{1}{2} - 1.2\bar{3} : \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$
- 10) $\left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{2} + 1 - \frac{0.\bar{6} : 0.\bar{3}}{0.5}$
- 11) $\frac{1}{5} + 0.\bar{6} - 1,6 \cdot \frac{3}{5} : \frac{1}{3} + 0.25\bar{3}$
- 12) $\frac{(1,272727\dots) + (0,727272\dots)}{(0,83333\dots) \cdot 1,2} + \frac{1}{3} \cdot 4,5$

B) Indicar a cuales de las expresiones decimales siguientes se les puede hacer corresponder un número racional, y calcularlo en los casos afirmativos:

- a) 1,21 b) 1,021 c) 1,21212121... d) 1,21211211121111...
e) 3,141516... f) 1,21222... g) 4 h) 0,010010001...
i) $1,08\bar{3}$ j) 4,125 k) 0,279999... l) $12,90\bar{9}$

C) Efectúa las siguientes potencias:

- a) 3^4 b) $(-3)^4$ c) $(-3)^3$ d) $-(-3)^4$ e) -3^4
f) 3^{-4} g) $(-3)^{-4}$ h) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$ i) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$ j) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$
l) $\frac{2^3 \cdot 2^5}{2^{10}}$ m) $\frac{2 \cdot 2^3 \cdot 2^4}{2^{-4} \cdot 2^2}$ n) $\frac{(2+3)^2 \cdot 5^{-4}}{5^3 \cdot 5^{-2}}$ ñ) $\frac{(9^2 \cdot 3^2) : (3^2 \cdot 3)}{3^{-2} \cdot 3^6 \cdot 3}$

$$\begin{array}{llll}
 \text{o) } \frac{12^{-3} \cdot 15^4}{9^2 \cdot 20^{-3}} & \text{p) } \frac{12^5 \cdot 18^{-6}}{6^{-7}} & \text{q) } \frac{2^{-4} \cdot 4^2 \cdot 3 \cdot 9^{-1}}{32^{-1} \cdot 72 \cdot (-3)^2} & \text{r) } \frac{243^2 \cdot 3^{-7} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4}{9^2 \cdot 3^{-1} \cdot 9^{-4}} \\
 \text{s) } \frac{8^3 \cdot 4^{-2} \cdot \left(\frac{1}{64}\right)^{-1}}{\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot 2^4 \cdot 4} & \text{t) } \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\right]^{-2} : \left(\frac{3}{2}\right)^{-6} & \text{u) } \frac{16^3 \cdot (2^{-1})^6 \cdot 4^{-2}}{\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \frac{1}{8}}
 \end{array}$$

D) Decir de las siguientes expresiones cuáles son verdaderas y cuáles no, razonando la respuesta:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n} & \text{b) } a^n + b^n = (a + b)^n & \text{c) } (a^m)^n = a^{m \cdot n} & \text{d) } a^m \cdot a^m = a^{2m} \\
 \text{e) } a^m : a^n = a^{n-m} & \text{g) } a^{-n} = (-a)^n & \text{h) } (a^m \cdot a^n) : a^p = a^{m+n-p} & \text{i) } \frac{a^m}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}
 \end{array}$$

PROBLEMAS

1. Por un jersey que cuesta 20€ pago 17€. ¿Qué porcentaje de descuento me han aplicado?
2. En un examen de matemáticas han aprobado 22 alumnos, lo que supone el 88% del total de la clase. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?
3. De un depósito lleno de gasolina se saca la mitad del contenido, después se saca la tercera parte del resto y quedan aún 1.600 litros. Calcula la capacidad del depósito.
4. El 80 % de una población tiene más de 16 años. Sabiendo que el resto lo componen 12.000 personas. ¿Cuál es el censo total?
5. Dos comerciantes están asociados en un negocio. Uno ha puesto un capital de 18.000 € y el otro 21.000 €. Después de un año obtienen 26.000 € de beneficio. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?
6. Un obrero tenía un sueldo bruto mensual de 1350 € y después de una subida ha pasado a tener un sueldo de 1437,75 € mensuales. ¿Qué porcentaje de subida ha obtenido?
7. En una factura, en la que no figuran detalladas las cantidades por conceptos, asciende a 1316,6 euros. ¿Qué cantidad se ha abonado en concepto de I.V.A (16%)?. Si se aplica un descuento del 12% sobre el importe base ¿cuánto se abonará por la factura?
8. Dividimos una tableta de chocolate entre tres chicos de forma que al primero le damos dos quintos de la tableta y al segundo un tercio del resto. ¿Qué cantidad queda para el tercero?
9. Me gasto dos quintos de mi dinero en el cine, y dos tercios de lo que me queda en una hamburguesa. Si aún tengo 2,5 €, ¿cuánto tenía al principio?
10. De una vela de cera se ha consumido ya las dos séptimas partes. Si el trozo que queda mide 20 cm, ¿cuál es la longitud total de la vela?
11. Luis invita a sus amigos a comer una tarta. Pedro come $\frac{1}{5}$, Ana come $\frac{1}{6}$ y Juan $\frac{1}{3}$. Luis se come $\frac{2}{3}$ del resto. ¿Cuánto come Luis? ¿Cuánta tarta sobra?
12. Si sabemos que $A = \frac{7}{4} \cdot B$, ¿qué porcentaje es mayor A que B?, ¿que porcentaje es menor B que A?
13. Sabiendo que A es un 60% mayor que B, ¿Qué fracción de A ocupa B?
14. En un campo se cultivan flores. La cuarta parte son rosas, la sexta parte claveles y el resto tulipanes. La sexta parte de las rosas son blancas. Sabiendo que el campo tiene una extensión de 720 m², y que por cada metro cuadrado tenemos 200 flores, ¿cuántas rosas blancas y tulipanes plantamos?

15. En unos grandes almacenes durante la campaña de rebajas del verano se aplicaron los siguientes descuentos: en julio un 12% y en agosto un 40% sobre el precio ya rebajado. En septiembre, sin embargo se incrementó en un 25%. ¿Cuál es la variación porcentual en el trimestre?
16. Durante el último año, el precio de las piezas de las motos ha tenido las siguientes variaciones: una subida del 12% en el primer trimestre; en el segundo un incremento del 25%, y en el último una bajada del 15%. ¿Qué variación porcentual ha sufrido?
17. Tres hermanos se reparten una herencia de 28.200 € de forma que por cada cinco euros que reciba el mayor, el mediano recibe cuatro y el pequeño tres. ¿Qué cantidad recibe cada uno? El mayor decide colocar su dinero en un banco que le ofrece el 4% semestral, y el pequeño en otro banco que le da el 9% trimestral. En dos años, ¿quién tendrá más dinero?
18. Alberto, Benito y Carlos reciben respectivamente 600 €, 1.500 € y 3.000 €, como reparto de unas ganancias. ¿Qué porcentaje lleva cada uno en el negocio?
19. Un viernes, la cuarta parte de los alumnos de secundaria de un instituto van al teatro, y las dos quintas partes acuden a un concierto. ¿Qué fracción de alumnos sale del centro? ¿Cuántos se quedan? Si hay 140 alumnos que no van de excursión, ¿cuántos alumnos hay en secundaria?
20. Un estudio de población de una ciudad de $2,4 \cdot 10^5$ habitantes indica que las dos quintas partes de la población es fumadora, y que las tres cuartas partes de los fumadores consumen alcohol. ¿Cuál será según el estudio el número de fumadores de la ciudad? ¿Cuántos consumen alcohol y tabaco al mismo tiempo? ¿A qué fracción de población corresponde la pregunta anterior?
21. Alargamos los dos lados opuestos de un cuadrado en un 10% de su longitud y acortamos los otros dos en otro 10%, formando así un rectángulo. ¿Qué variación ha experimentado el área del rectángulo con respecto a la del cuadrado?
22. Alargamos los dos lados opuestos de un cuadrado en un 10% de su longitud y acortamos los otros dos en otro 10%, formando así un rectángulo. ¿Qué variación ha experimentado el área del rectángulo con respecto a la del cuadrado?
23. En una carrera intervienen tres individuos y hay que repartir 1.480.000 pesetas en proporción inversa a los tiempos que han invertido, que son 4, 5 y 6 horas. Calcula la parte de cada uno.
24. Dos pueblos vecinos tienen que pagar 24.020.000 ptas. por la construcción de un puente, en proporción directa al número de habitantes e inversa a la distancia de cada pueblo. El primero tiene 5.720 habitantes y dista 11 km, el segundo 4.767 habitantes y dista 7 km. Calcular lo que corresponde pagar a cada pueblo.

25. Este año hay en el instituto un 10% de estudiantes más que el año pasado. Si el número de chicos ha aumentado un 5% y el de chicas un 20%, calcula la fracción total de estudiantes que corresponde ahora a las chicas.

26. El número de chicos de mi clase es $\frac{2}{3}$ del número de chicas. ¿Qué porcentaje de chicos hay en la clase?

SUCESIONES

1. Añade tres términos a las siguientes sucesiones:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

1, 3, 2, -1, -3, ...

-1, 2, 3, 8, 22, ...

-2, 3, -7, 13, -27, ...

2. Escribe los seis primeros términos de las siguientes sucesiones:

a) $a_n = 2n^2 - n + 5$

b) $a_n = (n+1)^2 - 2n$

c) $a_n = (-1)^n \cdot (5n+3)$

d) $a_n = \frac{n+1}{2n-3}$

e) $a_n = \frac{5n-3}{n^2+2}$

f) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot (n-3)$

g) $a_n = (n+1)(n-3)$

h) $a_n = \frac{n-5}{2n+4}$

i) $a_n = \frac{2^n}{2n}$

3. Calcula el término general de las siguientes sucesiones:

-2, 5, -8, 11, -14, ...

2, 6, 12, 20, 30, ...

1, 3, 6, 10, 15, 21, ...

6, 2, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{9}$, ...

4. El 6º término de una progresión geométrica es 972, y la razón es 3. Halla el primer término.

5. La suma de los infinitos términos de una progresión geométrica decreciente es 2, y el primer término es $\frac{1}{2}$, busca la razón.

6. Averigua el valor de los ángulos de un hexágono, que forman progresión aritmética, siendo el menor de 60° .

7. La suma de los términos 3º y 5º de una progresión aritmética es 20, y la del 6º y 7º es 35. Halla el término 20º.

8. Calcula la suma de: a) los 120 primeros números impares. b) los múltiplos de 6 menores que 200.

9. Las edades de 4 hermanos forman una progresión aritmética, cuya suma es 32 años. El mayor tiene 6 años más que el menor. Averigua los años de los 4 hermanos.

10. De un barril de vino que contenía 512 litros, se vació el 1 de enero la mitad del contenido; al día siguiente se sacó del barril la mitad del resto; el día 3 se sacó la mitad del nuevo resto, y así sucesivamente. ¿Qué cantidad de vino se sacó del barril el día 13 de enero?
11. Calcula la suma de todos los múltiplos de 6 comprendidos entre 100 y 100
12. Suponiendo que el numerador y el denominador tienen infinitos términos, calcula el valor de la fracción:
$$\frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots}{\frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \frac{1}{625} + \dots}$$
13. Halla el valor del término que ocupa el lugar 100 en la sucesión $\frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{6}{9}, \frac{8}{11}, \dots$
14. Halla el término general de la sucesión $\frac{1}{4}, \frac{4}{7}, \frac{9}{12}, \frac{16}{19}, \dots$ y calcula el término que ocupa el lugar 50.
15. Encuentra el primer múltiplo de 47 mayor de 5.000.
16. En una progresión aritmética $a_{40} = 59$ y $a_{27} = 33$, halla la suma de los 80 primeros términos.
17. Calcula diez números en progresión aritmética sabiendo que el último es 61 y la suma de los diez es 340.
18. Encuentra el valor de los ángulos de un hexágono sabiendo que están en progresión aritmética y que el segundo más pequeño mide 72° .

POLINOMIOS

1) Efectúa las operaciones siguientes agrupando términos semejantes:

a. $4x^2 - 5 - 4x - 3x^2 + 7x^2 - 8 + \frac{3}{2}x^3 - 9$

b. $3x^2 - (-x)^2 + 3(-x)^2 - 3(-x) \cdot x$

c. $(5x^3 - 3 + 7x + 2x^2) - (-4x^2 + 2 - \frac{1}{2}x^3 + x)$

d. $(8x^3 - 7x^2 - 11x) + (-6x^2 + 2x + 10) - (4x^3 + 9x - 5)$

e. $(8x^3 - 7x^2 - 11x) - (-6x^2 + 2x + 10) - (4x^3 + 9x - 5)$

f. $(5 + 3x + 8x^3 - 5x^2) - (7 - 10x^2 + 31x^3 - 12x^5) - 2(-13x^3 - 7x + 11x^2)$

2) Dados los siguientes polinomios:

$$A = x - 5 + x^2 - 6x^4$$

$$B = x^4 - 5x^2 + 2x^3 - x + 6$$

$$C = 4x - 2x^2 + 7x^3 - 5x^4$$

$$D = 6 - 9x^4 - 4x^2 - 5x^3$$

Realiza las siguientes operaciones:

a. $A - B + C - D$

c. $-2B - 2C + D$

b. $2A - B + D$

d. $A + 3B - C - D$

3) Realiza las siguientes operaciones de polinomios:

a. $(x^3 - 2x^2 + 3x - 1) \cdot 5x^2$

b. $(x^3 - x^2 - x + 1) \cdot (-4x)$

c. $(7x^3 - 10x^2 + 15x - 13) \cdot (3x + 5)$

d. $(5x^3 - 3x^2) \cdot 2x - (4x + 5) \cdot (-4x^3)$

e. $\frac{1}{2}(x - 2) \cdot (x + 1) - (x + 2) \cdot (x - 3)$

f. $(x^2 + 2x - 3) \cdot (x + 2) + 2x^2 \cdot (x + 5)$

g. $(3x - 2)^2 + (5x + 3)^2 - (2x - 4)^2$

h. $(4x - 2) \cdot (4x + 2) \cdot (4x + 2)$

i. $(3x - y)^2 + (3x + y)^2$

j. $3(x^2 - 1)(x^2 + 1) - 5(x^2 - 1)(x^2 - 3)$

4) Efectúa los siguientes productos notables:

a. $(x + 5)^2$

d. $(2x^2 - 5)^2$

b. $(2x - 1)^2$

e. $(x - 3) \cdot (x + 3)$

c. $\left(\frac{1}{2}x - 5\right)^2$

f. $(2x - 3) \cdot (2x + 3)$

5) Indica si son ciertas las siguientes igualdades. En caso de que sean falsas, escribe las igualdades correctas:

a. $(x - 1)^2 = (x - 1)(x + 1)$

g. $(2x + 3)^2 = (2x + 3)(2x - 3)$

b. $(x + 2)(x + 2) = x^2 + 4$

h. $(2x + 1)^2 = 2x^2 + 2x + 1$

c. $4x^2 - 9 = (2x - 3)^2$

i. $4x^2 - 9 = 4(x + 3)(x - 3)$

d. $x^3 + 3x = x(x + 3)$

j. $10x^2 - 90 = 10(x + 3)(x - 3)$

e. $(x - 4)^2 = x^2 - 16$

k. $x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$

f. $(x - 3)^2 = (x - 3)(x + 3)$

l. $(2x - 1)(2x - 2) = 4x^2 + 2$

6) Efectúa las siguientes divisiones de polinomios:

a. $(5x - 1 - 2x^3 + x^4) : (x^2 - 2)$

b. $(3x^4 - 7x^3 - 3x^2 - x) : \left(3x + \frac{2}{3}\right)$

c. $(x^5 + 7x^3 + 1 - 5x) : (2x + x^3)$

d. $(x^3 - 5x^2 + x) : (2x^2 - 1)$

e. $(-5x + 4 + x^4) : (x^3 - 4x^2 + x + 6)$

f. $(9x^2 - 4 - 10x^3 - x - 15x^4) : (3x - 1 - 5x^3)$

g. $(-8x + 16x^2 + 3 - 14x^4 - 5x^3 + 8x^5) : (2x^2 - 5x + 3)$

7) Efectúa las siguientes divisiones por Ruffini:

a. $(x^4 - 1) : (x - 1)$

e. $(x^2 + 1) : (x + 1)$

b. $(x^2 - 2x + 1) : (x + 1)$

f. $(4x^4 - 4x^3 + 10x^2 + 2x - 6) : (x - 3)$

c. $(x^3 + 2x^2 - x - 2) : (x + 2)$

h. $(2x^2 + 3x - 2) : \left(x - \frac{1}{2}\right)$

d. $\left(\frac{5}{3}x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}\right) : \left(x - \frac{7}{3}\right)$

i. $(x^2 - 4x + 4) : (x - 2)$

8) Dados los polinomios $A = -x^3 + 2x^2 + 5$ y $B = 3x + 6 + 2x^4$, hallar el valor numérico de ambos polinomios para:

a. $x = 1$ c. $x = 2$ e. $x = -2$ g. $x = 0$

b. $x = -1$ d. $x = \frac{1}{2}$ f. $x = -\frac{1}{2}$ h. $x = -3$

9) Efectúa las siguientes operaciones con fracciones, simplificando al máximo los resultados:

a. $\frac{3}{x} + \frac{1}{4x} - \frac{5}{2x^2}$

e. $\frac{4x^2}{5y^3} : \frac{2}{y^4}$

b. $\frac{3}{x^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2}$

f. $\frac{xy^3}{12} \cdot \frac{6}{xy} \cdot \frac{4}{xy^2}$

c. $\frac{1}{4xy^2} + \frac{3}{8xy} - \frac{1}{2x^2y}$

g. $\frac{2a}{3} : \frac{a^2 + 5a}{a + 5}$

d. $\frac{3x}{2} : \frac{x^2}{4}$

h. $\frac{x^2 - 4}{8x} \cdot \frac{2x^2 + 4x}{x^2 - 4x + 4}$

10) Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a. $\left[\left(1 - \frac{1}{x} \right) : \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right] : (x^2 - 1)$

b. $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{3a - 2b}{ab} \right) \cdot \frac{3ab}{3b - 2a}$

c. $\left(x - \frac{4}{x} \right) : \frac{x + 2}{x^2}$

d. $\left(\frac{4xy}{x^2 - 4} : \frac{4x^2}{x^2 - 2x} \right) + \left(\frac{x}{x + 2} - 1 \right)$

e. $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)$

11) Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a. $\frac{25a^3b^4}{(2+3)^2 a^4 \cdot a^{-1}b^5} = \frac{25a^3b^4}{(4+9)a^3b^5} = \frac{25a^3b^4}{13a^3b^5} = \frac{25}{13b}$

c. $\frac{6x^4y}{18x^3y} = \frac{2 \cdot 3x^4y}{2 \cdot 3 \cdot 3x^3y} = \frac{x}{3}$

b. $\frac{25a^3b^4}{(2+3)^2 a^4 \cdot a^{-1}b^5} = \frac{25a^3b^4}{5^2 a^3b^5} = b$

d. $\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{x}{x^2} = \frac{1}{x}$