

NÚMEROS

ENTEROS

A) Ordena los siguientes números enteros: $-4, -2, +5, +11, -14, +8, -8$

B) Calcula:

1) $2 - 3 \cdot 5$

2) $-7 + 4 \cdot 3$

3) $6 - (-1) \cdot (-4)$

4) $-7 - (-4)^2 : (-2)^3$

5) $3 - 2 \cdot (5 - 2)^2 : 3$

6) $7 - 5 \cdot 2 - 10 \cdot (-3) \cdot (-2)$

7) $7 - (5 \cdot 2 - 10) \cdot (-3) \cdot (-2)$

8) $7 - 5 \cdot (2 - 10) - 3 \cdot (-2)$

9) $48 : [5 \cdot 3 - 2 \cdot (6 - 10) - 17]$

10) $13 - [8 - |6 - 3| - 4 \cdot 3] : (-7)$

11) $8 - 2 \cdot [-2 + 4 - (-2) \cdot 5 + 1] - 5 \cdot (4 - 2)$

12) $(8 - 2 - 2 + 4) \cdot (-2) + (5 + 1) \cdot (-3) - 5 \cdot (4 - 2)$

13) $18 - 5 \cdot [6 - 2 \cdot (4 - 7)] + 3 \cdot [5 + 3 \cdot |9 - 11|]$

14) $2 - 3 \cdot [-6 + 5 \cdot (-2) - 3] - [-1 + 1 \cdot (-3) - 2]$

RACIONALES

A) Calcula:

1) $1 + 6 \cdot \frac{4}{7} - \frac{10}{7} : 2$

2) $\frac{1}{2} - \frac{5}{6} : \frac{10}{2} + \frac{5}{12} : \left(\frac{5}{4}\right)^{-1}$

3) $\frac{3}{5} \cdot 2 + \frac{7}{3} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) + \frac{3}{7}$

4) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \cdot 3^{-1}$

$$5) -\frac{1}{5} : \left[\left(4 + \frac{1}{7} \cdot 3 \right) : \left(\left(2 - \frac{8}{3} \right) \cdot \frac{1}{5} \right) \right]$$

$$6) \left(8 - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{2}{3} - \left(1 - \frac{1}{2} \right) : \left(3 + \frac{5}{6} \right)$$

$$7) \frac{5}{3} - 1.\bar{3} \cdot \frac{1}{2} - 1.2\bar{3} : \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$$

$$8) \left(1 - \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{1}{2} + 1 - \frac{0.\bar{6} : 0.\bar{3}}{0.5}$$

$$9) \frac{1}{5} + 0.\bar{6} - 1,6 \cdot \frac{3}{5} : \frac{1}{3} + 0.25\bar{3}$$

$$10) \frac{(1,272727\dots) + (0,727272\dots)}{(0.83333\dots) \cdot 1,2} + \frac{1}{3} \cdot 4,5$$

B) Indicar a cuales de las expresiones decimales siguientes se les puede hacer corresponder un número racional, y calcularlo en los casos afirmativos:

- a) 1,21 b) 1,021 c) 1,21212121... d) 1,21211211121111...
e) 3,141516... f) 1,21222... g) 4 h) 0,010010001...
i) 1,08 $\bar{3}$ j) 4,125 k) 0,279999... l) 12,90 $\bar{9}$

C) Efectúa las siguientes potencias:

a) 3^4 b) $(-3)^4$ c) $(-3)^3$ d) $-(-3)^4$ e) -3^4

f) 3^{-4} g) $(-3)^{-4}$ h) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$ i) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$ j) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

l) $\frac{2^3 \cdot 2^5}{2^{10}}$ m) $\frac{2 \cdot 2^3 \cdot 2^4}{2^{-4} \cdot 2^2}$ n) $\frac{(2+3)^2 \cdot 5^{-4}}{5^3 \cdot 5^{-2}}$ ñ) $\frac{(9^2 \cdot 3^2) : (3^2 \cdot 3)}{3^{-2} \cdot 3^6 \cdot 3}$

o) $\frac{12^{-3} \cdot 15^4}{9^2 \cdot 20^{-3}}$ p) $\frac{12^5 \cdot 18^{-6}}{6^{-7}}$ q) $\frac{2^{-4} \cdot 4^2 \cdot 3 \cdot 9^{-1}}{32^{-1} \cdot 72 \cdot (-3)^2}$

D) Decir de las siguientes expresiones cuáles son verdaderas y cuáles no, razonando la respuesta:

a) $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$ b) $a^n + b^n = (a+b)^n$ c) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ d) $a^m \cdot a^m = a^{2m}$

e) $a^m : a^n = a^{m-n}$ g) $a^{-n} = (-a)^n$ h) $(a^m \cdot a^n) : a^p = a^{m+n-p}$ i) $\frac{a^m}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$

RADICALES

A) Calcular, en los casos en que sea posible, las siguientes raíces:

a) $\sqrt{64}$ b) $\sqrt{-64}$ c) $\sqrt[5]{32}$ d) $\sqrt{(-\pi)^4}$ e) $\sqrt{(-9)^3}$
f) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ g) $\sqrt[4]{-81}$ h) $\sqrt[3]{-\frac{27}{8}}$ i) $-\sqrt{5^2}$ j) $\sqrt[3]{-27}$

B) Extraer factores de los radicales siguientes:

a) $\sqrt{12}$ b) $\sqrt{27}$ c) $\sqrt[3]{54}$ d) $\sqrt{16a^2}$ e) $\sqrt{\frac{27}{4}}$

C) Efectuar las siguientes sumas de radicales:

a) $\sqrt{16} - 2\sqrt{4} - 3\sqrt{20} - 6\sqrt{5}$ b) $2\sqrt{18} - 4\sqrt{50} + 6\sqrt{32} + \sqrt{98}$
c) $7\sqrt{54} - 3\sqrt{18} + \sqrt{24} - \frac{3}{5}\sqrt{50} - \sqrt{6}$ d) $\sqrt[3]{375} - \sqrt[3]{192} + \sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24}$
e) $4\sqrt{12} - \frac{3}{2}\sqrt{48} + \frac{2}{3}\sqrt{27} + \frac{3}{5}\sqrt{75}$ f) $\sqrt[3]{216a} + \sqrt[3]{64a} - 4\sqrt[3]{27a^4}$
g) $(5 - 2\sqrt{3})^2 - 10(5 + 2\sqrt{3}) + 13$ h) $2\sqrt{80} + \frac{14}{5}\sqrt{1 + \frac{1}{49}} - \sqrt{8} - \frac{9}{4}\sqrt{1 - \frac{1}{81}}$

D) Efectuar los siguientes productos y cocientes de radicales:

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{16}$ b) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{4}$ c) $\sqrt{8a^4b^{12}} : \sqrt{4a^7b^5}$ d) $\frac{\sqrt[6]{12}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{3}}$
e) $(\sqrt[4]{a^3} : \sqrt[5]{a^4}) \cdot \sqrt{a}$

E) Racionalizar:

a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{5}{\sqrt{5}}$ c) $\frac{3}{2\sqrt{12}}$ d) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ e) $\frac{4}{\sqrt[3]{2^2}}$ f) $\frac{3}{\sqrt{2-x}}$
g) $\frac{2}{\sqrt{2}-1}$ h) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ i) $\frac{\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}$ j) $\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$

F) Decir de las siguientes expresiones cuáles son verdaderas y cuáles no, razonando la respuesta:

a) $\sqrt{14a^2} = 7a$ b) $\sqrt{x^2 - a^2} = x - a$ c) $\sqrt{(x-a)^2} = x - a$ d) $\sqrt{16-9} = 4-3=1$

REALES

- 1) Marca con una \times las casillas correspondientes para indicar a qué conjuntos pertenecen los siguientes números:

	4	-11	$3/4$	$\sqrt{5}$	0,31	$\pi + 1$	$-24/4$	$7,1\overline{3}$	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{81}$	$-5/9$	1,010010001...
N												
Z												
Q												
I												
R												

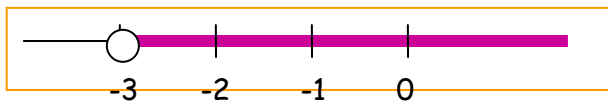
- 2) Dibujar en la recta real y escribe en forma de desigualdad los intervalos siguientes:

- a. $A = [-2,3]$ e. $E = (-\infty,1]$
 b. $B = (0,3)$ f. $F = [-1,+\infty)$
 c. $C = [3,5)$ g. $G = (-3,-4]$
 d. $D = (-1,5]$ h. $H = (-2,+\infty)$

- 3) Escribe y representa los siguientes intervalos:

- a. $A = \{x / -3 \leq x < 2\}$ e. $E = \{x / 3 \leq x\}$
 b. $B = \{x / -6 \leq x \leq -3\}$ f. $F = \{x / x \leq 4\}$
 c. $C = \{x / -4 < x \leq 4\}$ g. $G = \{x / x > -1\}$
 d. $D = \{x / 0 < x < 2\}$ h. $H = \{x / x < -2\}$

- 4) Escribe la desigualdad y el intervalo:



- 5) Calcula:

- a. $\frac{2.428 \cdot 10^9 - 3.54 \cdot 10^8}{4.25 \cdot 10^{-2} + 3.4 \cdot 10^{-3}}$ c. $32,6 \cdot 10^5$ e. $3250 \cdot 10^{10}$
 b. $\frac{5.25 \cdot 10^{10} - 3.12 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{-3}}$ d. $32,6 \cdot 10^{-5}$

PROBLEMAS ARITMÉTICOS

1. En un campo se cultivan flores. La cuarta parte son rosas, la sexta parte claveles y el resto tulipanes. La sexta parte de las rosas son blancas. Sabiendo que el campo tiene una extensión de 720 m^2 , y que por cada metro cuadrado tenemos 200 flores, ¿cuántas rosas blancas y tulipanes plantamos?
2. En un taller de confección, cincuenta máquinas tejen setecientos cincuenta jerseys trabajando seis horas diarias. ¿Cuántas máquinas necesitamos si queremos hacer mil doscientos jerseys trabajando ocho horas diarias?
3. Juan, Javier y Alberto compran un décimo de lotería que resulta premiado con 32500 €. Deciden ingresarlo en un banco que les ofrece un 4% de interés simple. Al cabo de dos años retiran todo y lo reparten de modo que Javier recibe la mitad que Juan, y éste ocho veces el dinero de Alberto. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?
4. Una bandeja de plata de 500 gramos tiene una ley de 0,88. Una tetera de 300 gramos tiene un 64% de plata. Se funden juntas. ¿Cuál es la ley de la nueva aleación?
5. En unos grandes almacenes durante la campaña de rebajas del verano se aplicaron los siguientes descuentos: en julio un 12% y en agosto un 40% sobre el precio ya rebajado. En septiembre, sin embargo se incrementó en un 25%. ¿Cuál es la variación porcentual en el trimestre?
6. Jaime dispone de 100000 € de ahorros. El banco A le ofrece un interés compuesto del 5,5% trimestral, y el banco B un interés simple del 12% semestral. ¿Qué banco le importa más beneficios durante dos años?
7. Durante el último año, el precio de las piezas de las motos ha tenido las siguientes variaciones: una subida del 12% en el primer trimestre; en el segundo un incremento del 25%, y en el último una bajada del 15%. ¿Qué variación porcentual ha sufrido?
8. Cinco camiones, haciendo 6 viajes al día, consiguen evacuar 600 m^3 de tierra en 4 días. ¿Cuántos días tardarán siete camiones en mover 3500 m^3 de tierra si desescombran en un vertedero más próximo, lo que le permite a cada camión realizar 10 viajes al día?

9. Tres hermanos se reparten una herencia de 28.200 € de forma que por cada cinco euros que reciba el mayor, el mediano recibe cuatro y el pequeño tres. ¿Qué cantidad recibe cada uno? El mayor decide colocar su dinero en un banco que le ofrece el 4% semestral, y el pequeño en otro banco que le da el 9% trimestral. En dos años, ¿quién tendrá más dinero?
10. De una vela de cera se ha consumido ya las dos séptimas partes. Si el trozo que queda mide 20 cm, ¿cuál es la longitud total de la vela?
11. Me gasto dos quintos de mi dinero en el cine, y dos tercios de lo que me queda en una hamburguesa. Si aún tengo 2,5 €, ¿cuánto tenía al principio?
12. Un viernes, la cuarta parte de los alumnos de secundaria de un instituto van al teatro, y las dos quintas partes acuden a un concierto. ¿Qué fracción de alumnos sale del centro? ¿Cuántos se quedan? Si hay 140 alumnos que no van de excursión, ¿cuántos alumnos hay en secundaria?
13. Un estudio de población de una ciudad de $2,4 \cdot 10^5$ habitantes indica que las dos quintas partes de la población es fumadora, y que las tres cuartas partes de los fumadores consumen alcohol. ¿Cuál será según el estudio el número de fumadores de la ciudad? ¿Cuántos consumen alcohol y tabaco al mismo tiempo? ¿A qué fracción de población corresponde la pregunta anterior?
14. En un establo hay 24 vacas, que tienen alimento para 20 días. Si el número de vacas aumenta en 16, ¿para cuántos días tendrá alimento?
15. Un ganadero, a fin de que el forraje que posee sea suficiente para alimentar a sus bueyes durante 20 semanas, vende 60 bueyes. Si no los hubiera vendido, sólo tendría forraje para 14 semanas. ¿Cuántos bueyes le quedaron?
16. Cinco peones que trabajan diez horas diarias han construido 500 metros de una autopista en veinte días. ¿Cuántas horas necesitarán trabajar seis obreros durante diecinueve días para construir 456 metros, suponiendo que lleven el mismo ritmo de trabajo?
17. Un hombre, trabajando ocho horas diarias es capaz de realizar los $\frac{14}{33}$ de una obra en siete días. Si se propusiera trabajar 9,5 horas diarias, ¿en cuántos días terminaría la obra?

18. En una carrera intervienen tres individuos y hay que repartir 1.480.000 pesetas en proporción inversa a los tiempos que han invertido, que son 4, 5 y 6 horas. Calcula la parte de cada uno.
19. Dos pueblos vecinos tienen que pagar 24.020.000 ptas. por la construcción de un puente, en proporción directa al número de habitantes e inversa a la distancia de cada pueblo. El primero tiene 5.720 habitantes y dista 11 km, el segundo 4.767 habitantes y dista 7 km. Calcular lo que corresponde pagar a cada pueblo.
20. Una epidemia ocasiona la muerte del 30\% de las gallinas de una granja, quedando vivas 9.730 gallinas. ¿Cuántas gallinas había en la granja antes de producirse la epidemia?
21. Una empresa reparte, proporcionalmente al número de hijos, una beca de ayuda familiar entre tres de sus empleados. El primero tiene tres hijos, el segundo cinco y el tercero cuatro. La cuantía total de la ayuda es de 5220 €. ¿Cuánto recibirá cada familia?
22. Una fábrica de automóviles, trabajando 8 horas diarias, ha necesitado 5 días para fabricar un pedido de 200 coches. Nos hacen un segundo pedido de 400 coches más que en el primero. ¿Cuántos días necesitaremos si trabajamos a razón de 12 horas diarias?
23. El 12% de un número vale 48. ¿Cuál es ese número?
24. Por un jersey que cuesta 20€ pago 17€. ¿Qué porcentaje de descuento me han aplicado?
25. En un examen de matemáticas han aprobado 22 alumnos, lo que supone el 88% del total de la clase. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?
26. En un estudio sociológico, de 1232 hombres encuestados, 924 declaran que colaboran activamente en las tareas del hogar. ¿Cuál es el porcentaje de hombres que no colaboran?
27. El equipo de baloncesto los Trayetas ha enceestado 23 de los 40 lanzamientos que ha intentado y el equipo los Lanzotes ha enceestado 28 de 47 intentos. ¿Cuál de los dos equipos es más eficaz en el tiro a canasta?
28. De un depósito lleno de gasolina se saca la mitad del contenido, después se saca la tercera parte del resto y quedan aún 1.600 litros. Calcula la capacidad del depósito.

POLINOMIOS

1) Efectúa las operaciones siguientes agrupando términos semejantes:

a. $4x^2 - 5 - 4x - 3x^2 + 7x^2 - 8 + \frac{3}{2}x^3 - 9$

b. $3x^2 - (-x)^2 + 3(-x)^2 - 3(-x) \cdot x$

c. $(5x^3 - 3 + 7x + 2x^2) - (-4x^2 + 2 - \frac{1}{2}x^3 + x)$

d. $(8x^3 - 7x^2 - 11x) + (-6x^2 + 2x + 10) - (4x^3 + 9x - 5)$

e. $(8x^3 - 7x^2 - 11x) - (-6x^2 + 2x + 10) - (4x^3 + 9x - 5)$

f. $(5 + 3x + 8x^3 - 5x^2) - (7 - 10x^2 + 31x^3 - 12x^5) - 2(-13x^3 - 7x + 11x^2)$

2) Dados los siguientes polinomios:

$$A = x - 5 + x^2 - 6x^4$$

$$B = x^4 - 5x^2 + 2x^3 - x + 6$$

$$C = 4x - 2x^2 + 7x^3 - 5x^4$$

$$D = 6 - 9x^4 - 4x^2 - 5x^3$$

Realiza las siguientes operaciones:

a. $A - B + C - D$

c. $-2B - 2C + D$

b. $2A - B + D$

d. $A + 3B - C - D$

3) Realiza las siguientes operaciones de polinomios:

a. $(x^3 - 2x^2 + 3x - 1) \cdot 5x^2$

b. $(x^3 - x^2 - x + 1) \cdot (-4x)$

c. $(7x^3 - 10x^2 + 15x - 13) \cdot (3x + 5)$

d. $(5x^3 - 3x^2) \cdot 2x - (4x + 5) \cdot (-4x^3)$

e. $\frac{1}{2}(x - 2) \cdot (x + 1) - (x + 2) \cdot (x - 3)$

f. $(x^2 + 2x - 3) \cdot (x + 2) + 2x^2 \cdot (x + 5)$

g. $(3x - 2)^2 + (5x + 3)^2 - (2x - 4)^2$

h. $(4x - 2) \cdot (4x + 2) \cdot (4x + 2)$

i. $(3x - y)^2 + (3x + y)^2$

j. $3(x^2 - 1)(x^2 + 1) - 5(x^2 - 1)(x^2 - 3)$

4) Efectúa los siguientes productos notables:

a. $(x + 5)^2$

d. $(2x^2 - 5)^2$

b. $(2x - 1)^2$

e. $(x - 3) \cdot (x + 3)$

c. $\left(\frac{1}{2}x - 5\right)^2$

f. $(2x - 3) \cdot (2x + 3)$

5) Indica si son ciertas las siguientes igualdades. En caso de que sean falsas, escribe las igualdades correctas:

a. $(x - 1)^2 = (x - 1)(x + 1)$

g. $(2x + 3)^2 = (2x + 3)(2x - 3)$

b. $(x + 2)(x + 2) = x^2 + 4$

h. $(2x + 1)^2 = 2x^2 + 2x + 1$

c. $4x^2 - 9 = (2x - 3)^2$

i. $4x^2 - 9 = 4(x + 3)(x - 3)$

d. $x^3 + 3x = x(x + 3)$

j. $10x^2 - 90 = 10(x + 3)(x - 3)$

e. $(x - 4)^2 = x^2 - 16$

k. $x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$

f. $(x - 3)^2 = (x - 3)(x + 3)$

l. $(2x - 1)(2x - 2) = 4x^2 + 2$

6) Efectúa las siguientes divisiones de polinomios:

a. $(5x - 1 - 2x^3 + x^4) : (x^2 - 2)$

b. $(3x^4 - 7x^3 - 3x^2 - x) : \left(3x + \frac{2}{3}\right)$

c. $(x^5 + 7x^3 + 1 - 5x) : (2x + x^3)$

d. $(x^3 - 5x^2 + x) : (2x^2 - 1)$

e. $(-5x + 4 + x^4) : (x^3 - 4x^2 + x + 6)$

f. $(9x^2 - 4 - 10x^3 - x - 15x^4) : (3x - 1 - 5x^3)$

g. $(-8x + 16x^2 + 3 - 14x^4 - 5x^3 + 8x^5) : (2x^2 - 5x + 3)$

7) Efectúa las siguientes divisiones por Ruffini:

a. $(x^4 - 1) : (x - 1)$

e. $(x^2 + 1) : (x + 1)$

b. $(x^2 - 2x + 1) : (x + 1)$

f. $(4x^4 - 4x^3 + 10x^2 + 2x - 6) : (x - 3)$

c. $(x^3 + 2x^2 - x - 2) : (x + 2)$

h. $(2x^2 + 3x - 2) : \left(x - \frac{1}{2}\right)$

d. $\left(\frac{5}{3}x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}\right) : \left(x - \frac{7}{3}\right)$

i. $(x^2 - 4x + 4) : (x - 2)$

8) Sacar factor común en las expresiones siguientes:

a. $9x^4 - 6x^2$

e. $3(x-1)(x+1) - 5(x-1)(x+2)$

b. $5x^4 - x^3 + x^2$

f. $8(x-1)^2 - 12(x-1)^2x + 20(x-1)^3$

c. $75x^3y - 25xy^3$

g. $18x^4 - 12x^2y + 24x^3y^2 - 30x^3$

d. $xy^2(x+1) - \frac{xy}{2}(x+1)$

i. $2x^3 - \frac{4}{3}x^2 + 2x$

9) Factorizar los siguientes polinomios:

a. $x^3 - 2x^2 - x + 2$

b. $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

c. $x^3 - 5x^2 + 6x$

d. $x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6$

e. $x^3 - 5x^2 + 8x - 4$

f. $5x^2 + 5x + 30$

g. $x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

h. $x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 12x - 8$

i. $x^4 - x^3 - 6x^2 + 4x + 8$

j. $4x^3 + 4x^2 - 16x - 16$

k. $2x^4 - x^3 - 17x^2 + 16x + 12$

l. $2x^4 + x^3 - 17x^2 - 16x + 12$

m. $3x^4 - x^3 - 5x^2 + x + 2$

n. $x^3 + x^2 - 12x$

10) Sin efectuar la división, calcula el valor de a para que:

a. El polinomio $x^3 + 6x^2 + 2x - 2a + 1$ sea divisible entre $x + 3$

b. El polinomio $x^4 + 3x^3 + ax - 6$ sea divisible entre $x - 2$

c. El resto de dividir $x^3 + 2x^2 + ax - 6$ entre $x + 1$ sea 2

d. El resto de dividir $x^3 - 2x^2 + ax - 5$ entre $x + 2$ sea 1

e. El resto de dividir $x^3 - 2x^2 + ax - 1$ entre $x - 3$ sea 2

f. El resto de dividir $x^3 - 2x^2 + ax + 1$ entre $x - 2$ sea 5

g. El polinomio $2x^3 - 3x^2 + 2a$ sea divisible entre $x + \frac{1}{2}$

11) Dados los polinomios $A = -x^3 + 2x^2 + 5$ y $B = 3x + 6 + 2x^4$, hallar el valor numérico de ambos polinomios para:

a. $x = 1$ c. $x = 2$ e. $x = -2$ g. $x = 0$

b. $x = -1$ d. $x = \frac{1}{2}$ f. $x = -\frac{1}{2}$ h. $x = -3$

12) Efectúa las siguientes operaciones con fracciones, simplificando al máximo los resultados:

a. $\frac{3}{x} + \frac{1}{4x} - \frac{5}{2x^2}$

e. $\frac{4x^2}{5y^3} : \frac{2}{y^4}$

b. $\frac{3}{x^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2}$

f. $\frac{xy^3}{12} \cdot \frac{6}{xy} \cdot \frac{4}{xy^2}$

c. $\frac{1}{4xy^2} + \frac{3}{8xy} - \frac{1}{2x^2y}$

g. $\frac{2a}{3} : \frac{a^2 + 5a}{a + 5}$

d. $\frac{3x}{2} : \frac{x^2}{4}$

h. $\frac{x^2 - 4}{8x} \cdot \frac{2x^2 + 4x}{x^2 - 4x + 4}$

13) Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a. $\left[\left(1 - \frac{1}{x} \right) : \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right] : (x^2 - 1)$

b. $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{3a - 2b}{ab} \right) \cdot \frac{3ab}{3b - 2a}$

c. $\left(x - \frac{4}{x} \right) : \frac{x + 2}{x^2}$

d. $\left(\frac{4xy}{x^2 - 4} : \frac{4x^2}{x^2 - 2x} \right) + \left(\frac{x}{x + 2} - 1 \right)$

e. $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)$

14) Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a. $\frac{25a^3b^4}{(2+3)^2 a^4 \cdot a^{-1}b^5} = \frac{25a^3b^4}{(4+9)a^3b^5} = \frac{25a^3b^4}{13a^3b^5} = \frac{25}{13b}$

c. $\frac{6x^4y}{18x^3y} = \frac{2 \cdot 3x^4y}{2 \cdot 3 \cdot 3x^3y} = \frac{x}{3}$

b. $\frac{25a^3b^4}{(2+3)^2 a^4 \cdot a^{-1}b^5} = \frac{25a^3b^4}{5^2 a^3b^5} = b$

d. $\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{x}{x^2} = \frac{1}{x}$

ECUACIONES

1. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $8(3x-2) - 4(4x-3) = 6(4-x)$

b) $2x-1- 2(x+3) + 3(4x-2) = -3(2x+1) + 2$

c) $12(x-3) -3(2x-1) = -11-5x$

d) $(5x-4) (8x-9) - (10x-9) (4x+3) = 3(4-6x) - 2$

e) $x(x-3) + (x-2)(x-3) + 4 = 2(x-3)(x-4) - 2$

f) $2x (7x-16) - (x+14) (x-3) = 13(x-1)(x+1) - 18$

g) $\frac{2x}{15} - \frac{3x-5}{20} = \frac{x}{5} - 3$

h) $\frac{3x-11}{20} - \frac{5x+1}{14} = \frac{x-7}{10} - \frac{5x-6}{21}$

i) $\frac{5-x}{2} - \frac{x+3}{6} = \frac{9-x}{4} - \frac{6x-2}{16}$

j) $\frac{3x+17}{8} - \frac{1-4x}{13} = \frac{1-x}{4} - \frac{9+x}{6}$

k) $\frac{x-2}{3} + \frac{x+1}{6} = \frac{x-1}{4} + 1$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x + 2(x-1) = 4$

b) $\frac{1}{8}(x-2) - \frac{2}{3}(2x+6) + x = -4$

c) $\frac{x-3}{2} - \frac{x-8}{12} = \frac{5-x}{4} - \frac{x}{3}$

d) $3(x-3) - 4(2-3x) = 2(1-2x)$

e) $5 - (2x-3) = 4(x-1)$

f) $\frac{x-2}{6} - \frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{2} = -\frac{5}{2}$

g) $\frac{1}{4}x - 1 = \frac{3}{4} - x$

h) $3(1-2x) + 10 = 10 - 2(x-3)$

i) $\frac{2(x-3)}{7} - \frac{(1-6x)}{14} + \frac{5(x-2)}{2} = 1$

j) $\frac{2x}{15} - \left(\frac{3x-5}{20}\right) = \frac{x}{5} - 3$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $x^2 - 15x + 50 = 0$

- c) $3x^2 - 18x + 24 = 0$
- d) $-x^2 + 12x - 35 = 0$
- e) $x^2 - 22x - 79 = 0$
- f) $x^2 + 3x = 0$
- g) $-x^2 + 4x = 0$
- h) $5x^2 - 6x = 0$
- i) $x^2 - 4 = 0$
- j) $-2x^2 + 18 = 0$
- k) $3x^2 = 27$
- l) $3x^2 + 2 = 10x - 1$
- m) $x^2 - 50 = 49 - 2x$
- n) $5x^2 + 3x = 2$
- o) $(x-1)^2 = 16$
- p) $2(x^2 + 1) - 5x = 0$
- q) $(x-1) \cdot (x+1) = \frac{7x}{12}$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

- a) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$
- b) $x^4 - 12x^2 + 27 = 0$
- c) $x^4 + x^2 - 2 = 0$
- d) $x^4 - 7x^2 - 8 = 0$
- e) $\frac{x^2 - 32}{4} + \frac{28}{x^2 - 9} = 0$
- f) $36x^4 - 13x^2 + 2 = 0$
- g) $\frac{2}{x^2 - 9} - \frac{x^2 - 16}{72} = 0$
- h) $x^2 = \frac{12}{x^2 + 1}$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales:

- a) $\sqrt{x^2 + 2x} + x = 0$

b) $5 - \sqrt{x} = \sqrt{1 + 2x}$

c) $2x + \sqrt{x^2 + x - 1} = \sqrt{x - 1}$

d) $\sqrt{2x - 6} + \sqrt{x + 4} = 5$

e) $x + \sqrt{2x^2 - 7x + 5} = 1$

f) $x - 20 + \sqrt{x^2 - 20x} = 40$

g) $\sqrt{9 + x} - 5 = \frac{2x + 1}{3}$

h) $\sqrt{28 + 2x} = \sqrt{21 + x} - 1$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x^4 + 6x^2 - 8 = 0$

b) $\frac{x + 2}{x} + 3x = \frac{5x + 6}{2}$

c) $\sqrt{5x + 6} - 2x = 3$

7. Resuelve las ecuaciones

a) $\frac{3 - x}{5} = \frac{2}{x} - \frac{4}{5}$,

b) $x = \frac{2}{x - 1}$

8. Resuelve las siguientes inecuaciones y representa el conjunto solución:

a) $\frac{5}{6}(3 - x) - \frac{1}{2}(x - 4) \geq \frac{1}{3}(2x - 3) - x$

b) $2x - (x - 1) + 3 < 3x - 6$

c) $3(2x - 1) < 1 - \frac{x - 5}{2}$

d) $\frac{x - 1}{4} - \frac{1 - x}{3} \geq \frac{2 + x}{2}$

e) $\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} < -\frac{x - 1}{4}$

TRADUCCIÓN DE ENUNCIADOS A LENGUAJE ALGEBRAICO.

PROBLEMAS CON ECUACIONES con UNA INCÓGNITA

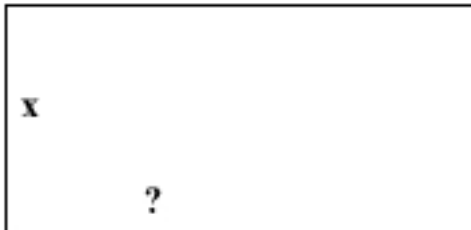
1. Traduce al lenguaje algebraico las siguientes expresiones, empleando 1 incógnita:
 - a. El triple de número.....
 - b. El triple de un número aumentado en 5 unidades.....
 - c. La mitad de un numero.....
 - d. Un número disminuido en 3 unidades.....
 - e. Un número más su mitad.....
 - f. Un número entero mas su siguiente.....
 - g. Tres números consecutivos.....
 - h. Dos números cuya diferencia es 7.....
 - i. El producto de un número entero y su anterior.....
 - j. El cociente de un número entero y su siguiente.....
 - k. Un número par.....
 - l. Un número impar.....
 - m. El cuadrado de un número.....
 - n. El cociente de un número impar y su siguiente.....
 - o. El valor medio entre 8 y un número.....
 - p. La suma de los cuadrados de 2 números consecutivos.....
 - q. El veinte por ciento de una cantidad.....
 - r. Una cantidad incrementada en un veinte por ciento.....

2. Traduce al lenguaje algebraico las siguientes expresiones, empleando 2 incógnitas:
 - a. La suma de dos números cualesquiera.....
 - b. El resultado de quitarle a un número los dos tercios del otro.....
 - c. La diferencia de los cuadrados de 2 números.....
 - d. El cuadrado de la diferencia de 2 números.....
 - e. El producto de dos números, incrementado en 5 unidades.....
 - f. Un número, más el doble de otro.....
 - g. La media de dos números.....

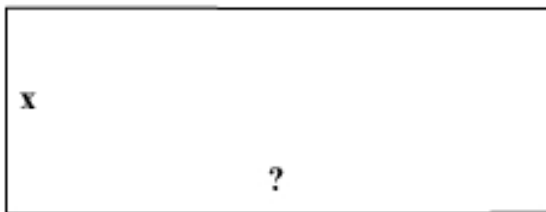
h. El cincuenta por ciento de la diferencia de dos números.....

3. Codifica algebraicamente la medida de los lados de las siguientes figuras, atendiendo a las condiciones que se indican:

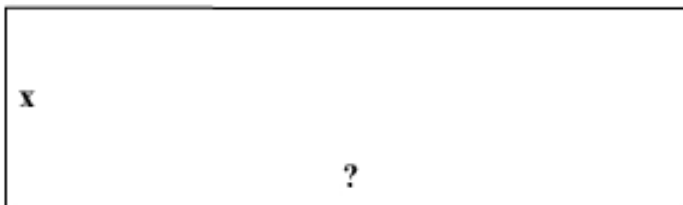
a. La base es 15 m. más larga que la altura



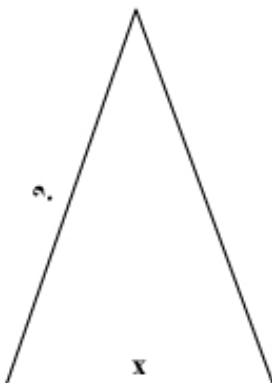
b. La altura es un tercio de la base



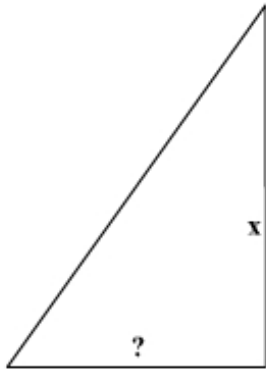
c. La base es dos veces y media la altura



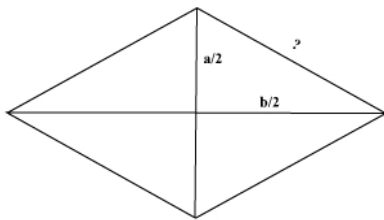
d. El perímetro mide 12 cm.



e. La base es 3 m. menor que la altura



f. Las diagonales miden a y b



4. Resuelve los siguientes problemas, planteando una ecuación:

- 1) Halla tres números consecutivos, cuya suma sea 66
- 2) Halla un número que aumentado en 17 unidades da 43
- 3) Halla un número que multiplicado por 3, y sumando luego 7 al producto, obtenemos 19
- 4) Halla tres números consecutivos, tales que tres veces el último más cinco veces el primero, exceda en 52 unidades al doble del primero más cuatro veces el segundo
- 5) Hallar un número positivo, que sumado con su cuadrado da 240
- 6) Juan tiene 10 años más que su hermana, y hace 6 años él tenía doble edad que la tenía entonces su hermana. ¿cuántos años tiene cada uno?
- 7) La madre de Luis tiene triple edad que él, y dentro de 14 años sólo tendrá el doble de la que entonces tenga este. ¿edad de cada uno?
- 8) Víctor tiene 3 años más que su hermano, y dentro de 4 años la suma de sus dos edades será de 33 años. ¿edad de cada uno?

- 9) Un amigo le dice a otro: “adivina cuántos euros tengo, sabiendo que la tercera parte de ellos menos uno es igual a la sexta parte de ellos” ¿cuánto dinero tenía?
- 10) Halla un número cuyo cuadrado aumenta en 189 cuando se aumenta en 7 dicho número
- 11) La base de un rectángulo es 6 m. mayor que su altura. Si la base crece en 4 m. y la altura disminuye en 2 m., el área crece en 8 m^2 . Halla sus dimensiones.
- 12) Si aumentamos cada lado de un cuadrado en 2 cm., su área aumenta en 16 cm^2 . Halla el lado de dicho cuadrado
- 13) La mitad de árboles de un vergel son manzanos, la cuarta parte perales y la sexta parte melocotoneros. Si además hay 50 cerezos, ¿cuántos árboles hay en total?
- 14) Reparte 8.200 euros entre 4 hombres y 10 niños, de modo que cada hombre reciba 300 euros más que cada niño.
- 15) En un corral hay patos y conejos, siendo el total 39 cabezas y 126 patas. ¿cuántos animales hay de cada clase?
- 16) El producto de un número natural por su siguiente es 31 unidades mayor que el quintuplo de la suma de ambos. ¿cuál es ese número?
- 17) Si un número aumenta en un 10%, resulta 42 unidades mayor que si se disminuye en un 5%. ¿cuál es ese número?
- 18) Calcula las dimensiones de un rectángulo en el que la base mide 2 cm. menos que su la altura y la diagonal mide 10 cm.

SISTEMAS DE ECUACIONES

1. Resolver los siguientes sistemas por el método de reducción, comprobando los resultados:

$$\begin{array}{l} a) \quad x - 2y = 3 \\ \quad \quad 2x + y = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} b) \quad -3x + y = 3 \\ \quad \quad 2x - 5y = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} c) \quad 5x + 2y = 3 \\ \quad \quad 3x - y = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \quad \quad 3x - 5y = 0 \\ d) \quad 2x + 3y = -2 \end{array}$$

2. Resolver los siguientes sistemas por el método de igualación, comprobando los resultados:

$$\begin{array}{l} a) \quad x - y = 4 \\ \quad \quad 4y - x = 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} b) \quad x + y = 10 \\ \quad \quad 6x - 7y = 34 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} c) \quad 4x + 5y = -2 \\ \quad \quad 5x + 4y = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} d) \quad 2x + 3y = 17 \\ \quad \quad 3x + 2y = 18 \end{array}$$

3. Resolver los siguientes sistemas por el método de sustitución:

a)
$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 5x + y = 4 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases}$$

4. Invéntate un sistema de 2 ecuaciones lineales con 2 incógnitas, cuyas soluciones sean:

a) $x=1, y=-2$

b) $x=2, y=0$

c) $x=-5, y=-1$

5. ¿Es $x=1, y=-3$ solución del sistema: $2x + y = -1$? ¿Por qué?
 $x - y = 4$

6. ¿Es $x=0, y=3$ solución del sistema: $2x + 3y = -1$? ¿Por qué?
 $-2x - 4y = 4$

7. Resuelve, por cualquier método, comprobando los resultados:

a)
$$\begin{cases} 2x - 3y = -25 \\ 4x - y = 25 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 4x - y = 7 \end{cases}$$

$$\frac{3x}{4} + \frac{4y}{5} = 21$$

c)

$$\frac{2x}{3} + \frac{3y}{5} = 17$$

$$(x+1) + (y-2) = 7$$

d)

$$(x+1) - (y-2) = 5$$

PROBLEMAS CON ECUACIONES con MÁS DE UNA INCÓGNITA

Resuelve los siguientes problemas, planteando una ecuación o un sistema:

1. La suma de dos enteros es 154 y su diferencia es 36. Calcula estos números.
2. Calcula dos números cuya suma sea 191 y su diferencia 67.
3. Halla dos números cuya suma sea 15 y la de sus cuadrados 113.
4. La diferencia de dos números es 6 y la de sus cuadrados es 144. Halla estos números.
5. La suma de dos números es 7, y su cociente también es 7. Calcúlalos.
6. Un padre tiene 30 años más que su hijo, y dentro de 5 años la edad del padre será el triple de la del hijo. ¿Qué edad tiene cada uno?
7. Una madre tiene el quíntuplo de la edad de su hijo. Dentro de 6 años sólo tendrá el triple. ¿Qué edad tiene cada uno en la actualidad?
8. Una hija tiene 30 años menos que su madre y estas 4 veces la edad de su hija ¿Qué edad tiene la madre y la hija?
9. Una hija le dice a su padre: Hoy tu edad es el triple de la mía y dentro de 12 años será únicamente el doble. ¿Qué edad tiene cada uno?
10. Una madre dice a su hija: Hace 1 año tenía el triple de tu edad, pero dentro de 13 años tendré el doble. ¿Cuál es la edad de ambas?
11. Dos trenes parten al mismo tiempo de dos ciudades A y B, distantes 267 Km. Y van el uno hacia el otro. Sus velocidades respectivas son de 52 Km/h. y 37 Km/h. ¿A qué distancia de A y en qué momento de producirá el encuentro?
12. Dos coches distantes entre si a 560 Km. Van al encuentro uno del otro. El primero con una velocidad de 90 Km/h. y el segundo con una velocidad de 110 Km/h. ¿ Cuándo y en qué punto se encontrarán?
13. Un coche tarda en realizar el trayecto A-B dos horas menos de lo que tarda un camión en realizar el trayecto contrario B-A. Saliendo simultáneamente, tardan 2 horas y 55 minutos en cruzarse. ¿Cuánto tarda cada uno en completar su recorrido?

14. Un hombre recorre 105 Km. en bicicleta en 3 h. y 45 minutos. Si va con una velocidad de 32 Km/h. en la carretera y de 20 Km/h. en la ciudad, ¿cuántos Km de su recorrido están en la carretera?
15. Un comerciante tiene 2 clases de café, de 4 y 5 euros respectivamente.
16. ¿Cuántos Kg. De cada clase debe de tomar para hacer una mezcla de 70 kg a 4,6 euros el Kg.?
17. Un bodeguero ha mezclado dos cubas de vino de 3 y 2,2 euros el litro, respectivamente. De esta forma ha obtenido 16 hl. De un vino de calidad intermedia que sale a 2,5 euros el l. ¿Cuál era el contenido de la cuba?
18. En un recipiente hay 10 Kg. de mezcla de alcohol y agua. Se añade cierta cantidad de agua y así hay un 30% de alcohol sobre el total. Se añade otra cantidad igual de agua y entonces el alcohol es un 20% del total. ¿Cuánta cantidad de agua se añadió y qué cantidad de alcohol había?
19. Calcula las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su área es 84, y su perímetro es 38.
20. Calcula las dimensiones de un rectángulo sabiendo que su área es 240, y su perímetro es 64.
21. Calcula las dimensiones de un rectángulo de modo que si disminuimos en 4 unidades a su base mayor obtenemos un cuadrado de área 64 m^2 .
22. Calcula las dimensiones de un triángulo rectángulo, de modo que su área es de 12 m^2 , y su hipotenusa mide 5 m.
23. Calcula las dimensiones de un rectángulo, de modo que si aumentamos en 2 unidades su lado menor y disminuimos en 3 unidades su lado mayor, el rectángulo obtenido excede al área de original en 2 unidades².

FUNCIONES: REPRESENTACIÓN DE RECTAS Y PARÁBOLAS

1. Escribe la expresión general de una recta, especificando cuál es su pendiente y ordenada en el origen explicando su significado geométrico. ¿cuántos puntos se necesitan para determinar una recta?
2. Representa las siguientes rectas, especificando cuál es su pendiente y su ordenada en el origen. Especifica, antes de representarlas, si son crecientes o decrecientes:

a) $y = 2x - 3$

b) $y = -x + 1$

c) $y = 2$

d) $y = 3x - 2$

e) $y = -4x$

f) $y = 3 + 5x$

g) $y = \frac{3x - 1}{2}$

h) $y = \frac{4x - 1}{2}$

i) $y = \frac{-2x + 5}{3}$

3. ¿El punto (2,5) pertenece a la recta $y = 3x - 1$? ¿por qué?
4. ¿El punto (-1,2) pertenece a la recta $y = 2x - 1$? ¿por qué?
5. Escribe la ecuación general de una parábola, especificando cómo se calcula su vértice y puntos de corte con los ejes. ¿es posible saber la forma que tiene la parábola observando sólo su ecuación? ¿de qué manera?
6. Representa las siguientes parábolas, especificando la forma que tienen antes de representarlas. Calcula en todas ellas los puntos principales de una parábola: vértice y puntos de corte con los ejes:

a) $y = x^2$

b) $y = x^2 - 2x$

c) $y = x^2 + 4x + 4$

d) $y = -x^2 + 9$

e) $y = -x^2 + 3x + 4$

f) $y = x^2 + 6x + 5$

g) $y = -2x^2 + x + 10$

h) $y = x^2 - 3x$

i) $y = -3x^2 - 6x$

j) $y = 2x^2 + 4$

k) $y = 2x^2 - 14x + 20$

l) $y = -3x^2 - 1$

ESTUDIO DE UNA FUNCIÓN: Dominio, Recorrido, Puntos de cortes con los ejes, Máximos y Mínimos absolutos, Máximos y Mínimos relativos, Crecimiento y Decrecimiento.

1. ¿Todas las curvas son funciones? ¿Cuál es la condición para que una curva sea una función? Pon ejemplos explicativos.

2. Representa la función que tiene las siguientes características:
 - 1) $D = [-10, -2) \cup (-2, 3) \cup (3, +\infty)$
 - 2) $R = (-\infty, 2] \cup (4, +\infty)$
 - 3) Puntos de corte con los ejes: $\begin{cases} \text{eje } X \rightarrow (-10, 0), (-4, 0), (-1, 0), (2, 0) \\ \text{eje } Y \rightarrow \left(0, \frac{3}{2}\right) \end{cases}$
 - 4) No periódica
 - 5) No simétrica
 - 6) $\begin{cases} \text{Creciente} \rightarrow (-8, -4) \cup (-2, 1) \\ \text{Decreciente} \rightarrow (-\infty, -8) \cup (-4, -2) \cup (1, 3) \cup (3, +\infty) \end{cases}$
 - 7) $\begin{cases} \text{Máximos} \rightarrow (-4, 0), (1, 2) \\ \text{Mínimo} \rightarrow (-8, -1) \end{cases}$
 - 8) $\begin{cases} \text{Convexa} \rightarrow (-10, -6) \cup (3, +\infty) \\ \text{Cóncava} \rightarrow (-6, -2) \cup (-2, 3) \end{cases}$ Pto. de inflexión $\rightarrow \left(-6, \frac{-1}{2}\right)$
 - 9) Discontinua en $x = -2$ y en $x = 3$
 - 10) Asíntota Vertical en $x = -2$ y en $x = 3$. Asíntota Horizontal en $y = 4$

3. Representa la función que tiene las siguientes características:

1) $D = (-\infty, -3) \cup (-3, 1) \cup (1, +\infty)$

2) $R = (-\infty, +\infty) = \mathfrak{R}$

3) Puntos de corte con los ejes: $\begin{cases} \text{eje } X \rightarrow (-1, 0) \\ \text{eje } Y \rightarrow (0, -1) \end{cases}$

4) No periódica

5) No simétrica

6) *Decreciente* $\equiv (-\infty, -3) \cup (-3, 1) \cup (1, +\infty)$

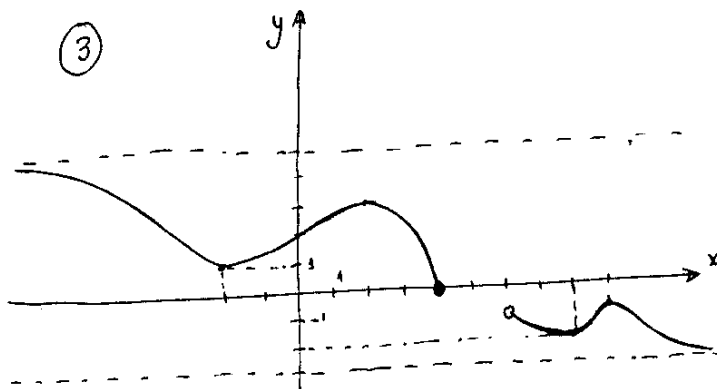
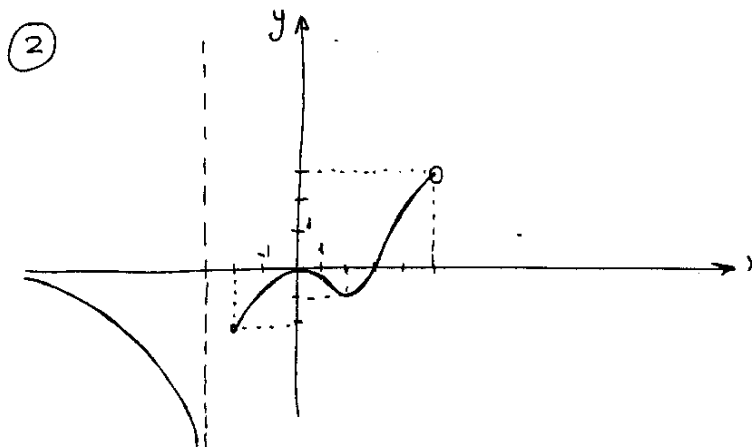
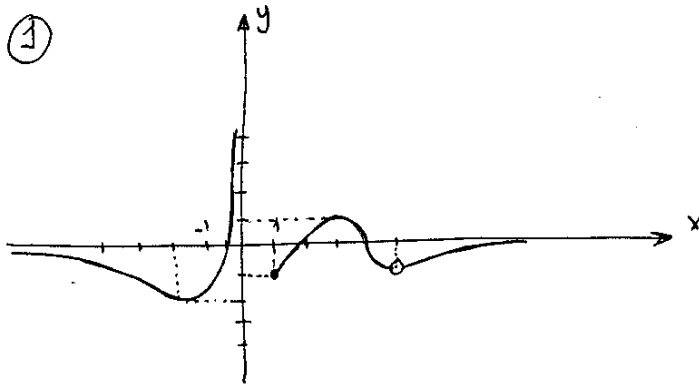
7) No tiene máximos ni mínimos

8) $\begin{cases} \text{Convexa} \rightarrow (-3, -1) \cup (1, +\infty) \\ \text{Cóncava} \rightarrow (-\infty, -3) \cup (-1, 1) \end{cases}$ Pto. de inflexión $\rightarrow (-1, 0)$

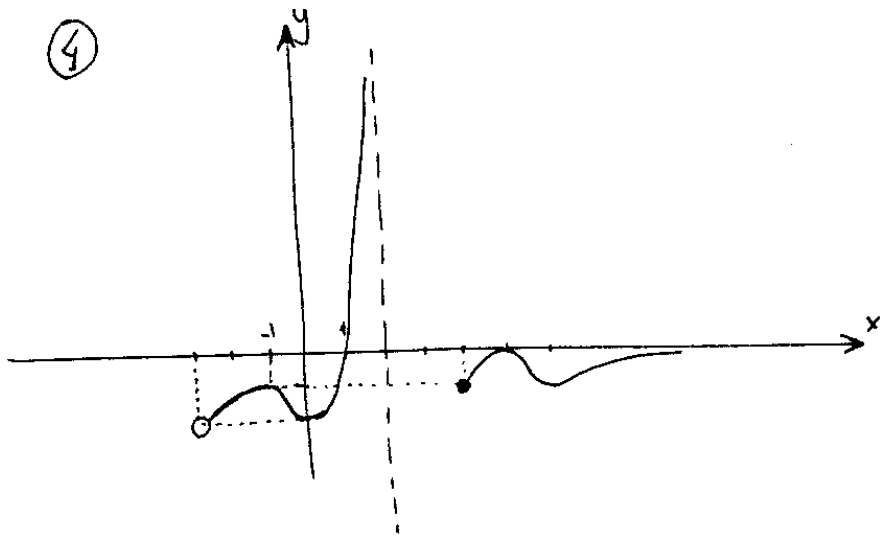
9) Discontinua en $x = -3$ y en $x = 1$

10) Asíntota Vertical en $x = -3$ y en $x = 1$. Asíntota Horizontal en $y = 0$

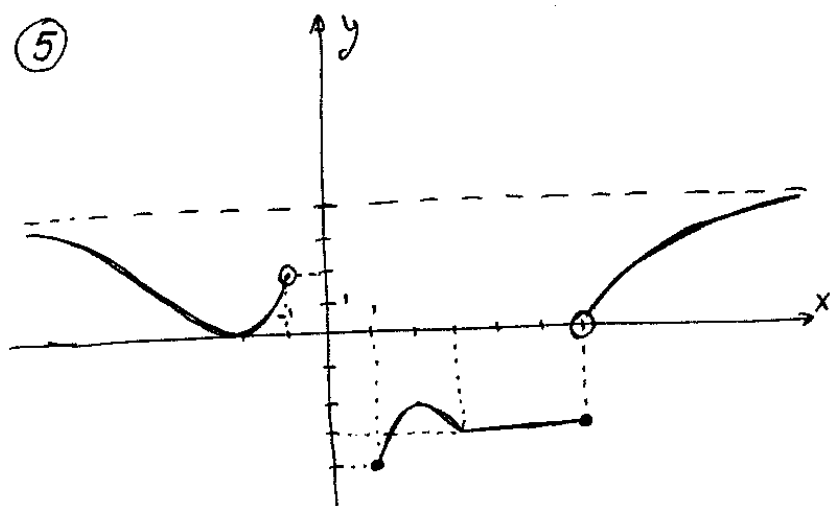
4. Dadas las siguientes representaciones de funciones, haz un estudio completo de ellas:



④



⑤



⑥

