TEMA 1: EL NÚMERO REAL

1 Halla la fracción irreducible equivalente a los siguientes números decimales y descompón en factores primos sus denominadores:

a) 6,388 b) 0,00875

2 Explica por qué las siguientes fracciones son equivalentes a números decimales exactos:

a) $\frac{3\,741}{100\,000}$ b) $\frac{3\,147}{1\,250}$ c) $\frac{2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 91}{2^2 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 7}$ d) $\frac{57\,330}{10\,500}$

3 Halla la fracción generatriz de:

a) $0,0\widehat{51}$ b) $1,23\widehat{456}$ c) $7,4\widehat{56}$

4 Explica por qué las siguientes fracciones son equivalentes a números decimales periódicos:

a) $\frac{3}{7}$ b) $\frac{37}{2 \cdot 5 \cdot 7}$ c) $\frac{2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11}{2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 19}$

5 Expresa con un número razonable de cifras significativas las siguientes cantidades:

- Visitantes anuales a una exposición de pintura: 1 345 589 personas.
- Asistentes a una manifestación ecológica: 125 341 personas.
- Bacterias existentes en 1 dm^3 de cierto preparado: 203 305 123 bacterias.
- Número de gotas de agua que hay en una piscina: 8 249 327 741 gotas.
- Número de granos en un saco de arena: 2 937 248 granos.

6 Calcula:

a) $(7,823 \cdot 10^{-5}) \cdot (1,84 \cdot 10^{13})$

b) $2,35 \cdot 10^8 + 1,43 \cdot 10^7$

7 Escribe en cada caso un número racional y otro irracional comprendidos entre M y N:

a) $M = \frac{1}{2}$; $N = \frac{1}{3}$ b) $M = 0,438$; $N = 0,439$ c) $M = 0,\widehat{31}$; $N = 0,\widehat{32}$

¿Podrías encontrar siempre un racional y un irracional que estén comprendidos entre dos números cualesquiera? Razona tu respuesta.

8 Representa en la recta real los números:

a) -2; $3,75$; $\sqrt{5}$; $0,666\ldots$ de forma exacta.

b) $\Phi = 1,618\ldots$ de forma aproximada.

9 Representa en la recta numérica los siguientes números:

$\sqrt{10}$ $\frac{\sqrt{10}}{3}$ $-\frac{\sqrt{10}}{3}$

10 Calcula las raíces siguientes:

a) $\sqrt[3]{-8}$ b) $\sqrt[5]{32}$ c) $\sqrt[5]{-32}$ d) $\sqrt[8]{0}$ e) $\sqrt[4]{81}$ f) $\sqrt[3]{125}$

11 Expresa en forma exponencial:

a) $\sqrt[5]{x}$ b) $(\sqrt[3]{x^2})^5$ c) $\sqrt[15]{a^6}$

d) $\sqrt{\dfrac{a^{13}}{a^6}}$ e) $\sqrt[3]{\sqrt{x}}$ f) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^k}}$

12 Calcula:

a) $4^{1/2}$ b) $125^{1/3}$ c) $625^{1/4}$ d) $8^{2/3}$ e) $64^{5/6}$

13 Expresa en forma radical:

a) $x^{7/9}$ b) $(m^5 \cdot n^5)^{1/3}$ c) $a^{1/2} \cdot b^{1/3}$ d) $[(x^2)^{1/3}]^{1/5}$

14 Simplifica:

a) $\sqrt[12]{x^9}$ b) $\sqrt[12]{x^8}$ c) $\sqrt[5]{y^{10}}$ d) $\sqrt[6]{8}$ e) $\sqrt[9]{64}$ f) $\sqrt[8]{81}$

15 ¿Cuál de los dos es mayor en cada caso?:

a) $\sqrt[4]{31}$ y $\sqrt[3]{13}$ b) $\sqrt[3]{51}$ y $\sqrt[9]{132\,650}$

16 Reduce:

a) $\sqrt[3]{2}\ \sqrt[5]{2}$ b) $\sqrt[3]{9}\ \sqrt[6]{3}$ c) $\sqrt[10]{a^4 b^6}$

17 Saca del radical todos los factores que sea posible:

a) $\sqrt[3]{32x^4}$ b) $\sqrt[3]{81a^3b^5c}$ c) $\sqrt[5]{64}$

18 Simplifica:

a) $\dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt[3]{3}}$ b) $\dfrac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt{2}}$ c) $\dfrac{\sqrt[4]{a^3\,b^5\,c}}{\sqrt{ab^3c^3}}$

19 Efectúa:

a) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8}$ b) $\sqrt{50a} - \sqrt{18a}$

20 Racionaliza los denominadores:

a) $\dfrac{5}{\sqrt[3]{2}}$ b) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$ c) $\dfrac{3}{2-\sqrt{3}}$

d) $\dfrac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ e) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{3^2}}$ f) $\dfrac{6}{\sqrt{3}+\sqrt{3}}$

TEMA 2: POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

1 Efectúa los siguientes productos de polinomios:

a) $(3x^2 - 5x + 10)(x^3 - 4x)$ b) $(2x^4 - 3x^3 - 2x + 5)(2x^2 - 5x + 1)$

c) $(3x^2 - 5x + 10)(3x^2 + 5x - 10)$ d) $(4x^3 - 5x + 3)^2$

2 Desarrolla las siguientes expresiones utilizando las *identidades notables:*

a) $(5x^2 - 2)^2$ b) $(3x + 2x^2)^2$

c) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ d) $(\sqrt{3}x^2 - \sqrt{2}x)(\sqrt{3}x^2 + \sqrt{2}x)$

3 Expresa como un cuadrado o como producto de dos binomios cada uno de los polinomios siguientes:

a) $36x^4 + 60x^3 + 25x^2$ b) $36x^4 - 60x^3 + 25x^2$

c) $81x^4 - x^2$ d) $3x^4 - 4x^2$ (Ojo: $\sqrt{3}$ también es un número)

e) $3x^4 - 2\sqrt{6}x^3 + 2x^2$ f) $3x^2 - 5$

4 Sacando factor común e identificando productos de binomios, factoriza estos polinomios:

a) $P_1(x) = 490x^3 - 420x^2 + 90x$ b) $P_2(x) = 20x^6 + 60x^4 + 45x^2$

5 Factoriza, tras detectar el factor común, los siguientes polinomios:

a) $P_1(x) = 81x^4 - 36x^2$ b) $P_2(x) = 4x - 100x^5$

6 Efectúa las siguientes divisiones y expresa el resultado así:

$$P(x) = Q(x) \cdot C(x) + R(x)$$

Indica en qué casos la división es exacta y, por tanto, el dividendo se ha factorizado:

a) $(x^5 - 7x^4 + x^3 - 8) : (x^2 - 3x + 1)$

b) $(4x^5 + 20x^4 - 18x^3 - 28x^2 + 28x - 6) : (x^2 + 5x - 3)$

c) $(6x^4 + 3x^3 - 2x) : (3x^2 + 2)$

d) $(45x^5 + 120x^3 + 80x) : (3x^2 + 4)$

7 Aplica la regla de Ruffini para efectuar las siguientes divisiones:

a) $(5x^4 + 6x^2 - 11x + 13) : (x - 2)$

b) $(6x^5 - 3x^4 + 2x) : (x + 1)$

c) $(3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 2x + 13) : (x - 4)$

d) $(6x^4 + 4x^3 - 51x^2 - 3x - 9) : (x + 3)$

8 Factoriza los siguientes polinomios:

a) $x^4 + 2x^3 - 23x^2 - 60x$ b) $x^5 + 8x^4 + 21x^3 + 18x^2$

c) $10x^4 - 3x^3 - 41x^2 + 12x + 4$ d) $9x^4 - 36x^3 + 26x^2 + 4x - 3$

e) $x^5 + 10x^4 + 32x^3 + 40x^2 + 31x + 30$

9 Di cuáles de los siguientes polinomios son irreducibles. Aquellos que no lo sean, descomponlos en factores:

a) $x^2 - 3x + 2$ b) $x^2 - 5x + 6$ c) $3x^2 + 5x$

d) $3x^2 - 5x - 2$ e) $3x^2 - 5x + 3$ f) $3x^3 - 5x^2 + 3x$

10 Calcula el M.C.D. y el m.c.m. de cada pareja de polinomios:

a) $P(x) = x^2 - 9$ $Q(x) = x^2 - 6x + 9$

b) $P(x) = x^3 - 7x^2 + 12x$ $Q(x) = x^4 - 3x^3 - 4x^2$

c) $P(x) = x(x-3)^2(x+5)$ $Q(x) = x^3(x-3)(x^2+x+2)$

d) $P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ $Q(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$

11 Reduce a común denominador las fracciones siguientes y súmalas:

$$\frac{3x-1}{x}\ ;\ \frac{x+3}{x^2-2x}\ ;\ -\frac{2x+5}{x-2}$$

12 Efectúa estas operaciones:

a) $\dfrac{x^2-2x+3}{x-2} \cdot \dfrac{2x+3}{x+5}$ b) $\dfrac{x^2-2x+3}{x-2} : \dfrac{2x+3}{x+5}$

TEMA 3: ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS

1 Resuelve:

a) $2x^2 - 50 = 0$ b) $3x^2 + 5 = 0$ c) $7x^2 + 5x = 0$

2 Resuelve:

a) $10x^2 - 3x - 1 = 0$ b) $x^2 - 20x + 100 = 0$ c) $3x^2 + 5x + 11 = 0$

3 Resuelve:

a) $7x^4 - 63x^2 = 0$ b) $7x^4 - 112 = 0$ c) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$

4 Resuelve:

a) $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = -2$ b) $x - \sqrt{2x-3} = 1$

5 Resuelve:

a) $\dfrac{x+1}{x+5} + \dfrac{1-x}{x-4} = \dfrac{5}{2}$ b) $\dfrac{x+7}{x+3} + \dfrac{x^2-3x+6}{x^2+2x-3} = 1$

6 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3x^4 - 75x^2 = 0$ b) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

c) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$ d) $\sqrt{4x+5} = x + 2$

e) $\sqrt{x} + 2 = x$ f) $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-5} = 2$

g) $\dfrac{x}{x-1} + \dfrac{2x}{x+1} = 3$ h) $\dfrac{5}{x+2} + \dfrac{x}{x+3} = \dfrac{3}{2}$

i) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{3}{4}$ j) $(\sqrt{x} - x + 2) \cdot x = 0$

7 Resuelve estos sistemas:

a) $\begin{cases} x - y = 15 \\ x \cdot y = 100 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + y = 1 \end{cases}$

8 Resuelve estos sistemas:

a) $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x^2 - 7 = y + 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 18 \\ xy = y + 6x + 4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y + 8 = x^2 \\ y - 2x = 0 \end{cases}$

9 Resuelve las siguientes inecuaciones estudiando el signo de cada factor:

a) $(x-1)(x+3) > 0$

b) $x(x-4) < 0$

c) $(x-5)(x+2) \leq 0$

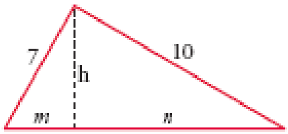
d) $(x+1)(3-x) \leq 0$

10 Resuelve:

a) $\dfrac{x^2-9}{5} - \dfrac{(x+2)(x-2)}{15} < \dfrac{1-2x}{3}$ b) $\dfrac{x-1}{2} - \dfrac{1}{3} > x + \dfrac{3x-x^2}{3}$

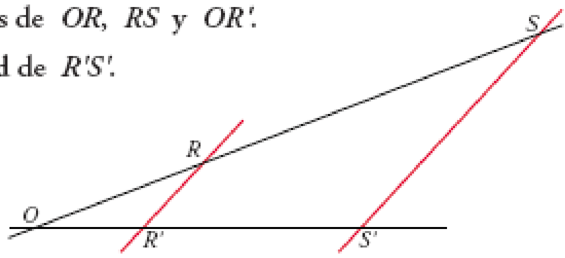
1 En un triángulo rectángulo, las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden 8 cm y 4,5 cm, respectivamente. Calcula las medidas de los catetos y de la altura sobre la hipotenusa.

2 En este triángulo rectángulo, calcula las longitudes h, m y n.

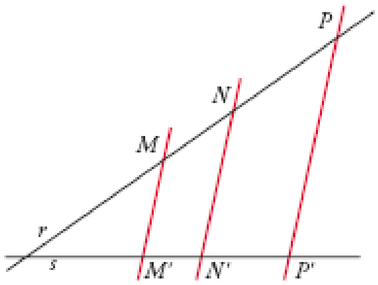


3 ¿Por qué los triángulos cuyos lados son paralelos respectivamente son semejantes?

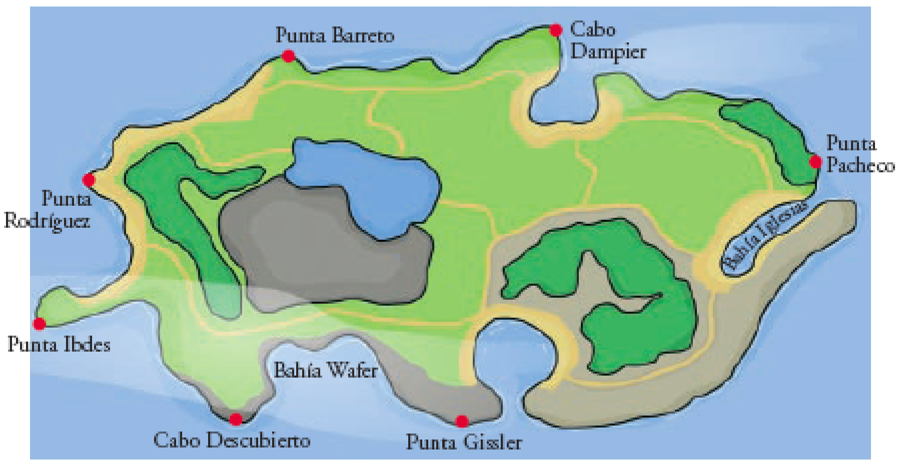
4 Halla, midiendo, las longitudes de OR, RS y OR'.
Averigua, sin medir, la longitud de $R'S'$.



5 Halla, midiendo, las longitudes de los segmentos MN, $M'N'$ y $N'P'$.
Averigua, sin medir, la longitud de NP.



6 Sabemos que la distancia desde Punta Rodríguez hasta Punta Pacheco es de 10,5 km. Averigua la escala a que está construido el mapa y halla la distancia entre Cabo Dampier y Punta Gissler.



TEMA 5: TRIGONOMETRÍA

1 Los chicos del dibujo deben medir las alturas de los 47 árboles de una cierta parcela horizontal. Para ello, proceden del siguiente modo:

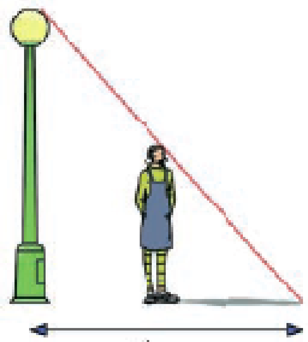
Clavan en el suelo una estaca vertical que sobresale 120 cm. A continuación, corren a señalar en el suelo los extremos de las sombras de los 47 árboles y de la estaca (¿por qué tanta prisa?).

Una vez señaladas, proceden con tranquilidad a medirlas y a anotar sus mediciones. He aquí algunos resultados:

SOMBRA DE…	Estaca	Ciprés	Higuera	Chopo
MIDE…	75 cm	8,8 m	3 m	5,7 m

Calcula razonadamente la altura de esos tres árboles.

2 Observa cómo calcula Leticia la altura de una morera que proyecta una sombra de 5,7 m a la luz de una farola de altura desconocida:



a) Altura de Leticia = 1,68 m

Sombra de Leticia = 1,5 m

d = 2,9 m

Con esto se calcula la altura de la farola.

b) Conociendo la altura de la farola y la sombra de la morera, 5,7 m, y midiendo la distancia de la farola a la morera, 8 m, se calcula la altura de la morera.

3 $sen\ 37° = 0,6$. Calcula $cos\ 37°$ y $tg\ 37°$.

$tg\ 28° = 0,53$. Calcula $sen\ 28°$ y $cos\ 28°$.

4 Teniendo en cuenta que $tg\ 45° = 1$, deduce el valor de $sen\ 45°$ y de $cos\ 45°$ mediante las relaciones fundamentales.

5 Teniendo en cuenta que $sen\ 30° = 1/2$, halla el valor de $cos\ 30°$ y de $tg\ 30°$ mediante las relaciones fundamentales.

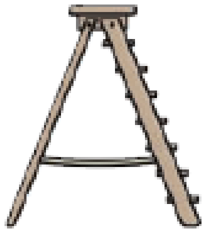
6 Completa en tu cuaderno la siguiente tabla:

sen α	0,94		4/5			
cos α		0,82			$\sqrt{3}/2$	
tg α				3,5		1

En las operaciones donde aparezcan radicales, trabaja con ellos; no utilices su expresión decimal.

7 Un carpintero quiere construir una escalera de tijera cuyos brazos, una vez abiertos, formen un ángulo de 60°.

Para que la altura de la escalera, estando abierta, sea de 2 metros, ¿qué longitud deberá tener cada brazo?



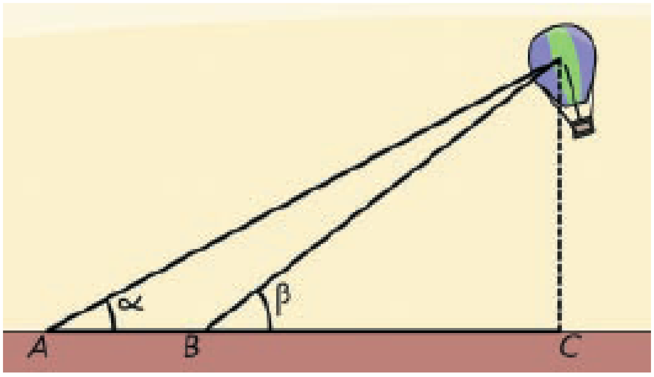
8 Calcula el seno y el coseno de un ángulo cuya tangente vale 0,7.

9 Víctor y Ramón quieren saber la altura a la que se encuentra el campanario de la iglesia de su pueblo. Para ello, Víctor sube al campanario y lanza el extremo de una cuerda hacia afuera. El pie de la torre no es accesible. Ramón se aleja con la cuerda hasta que queda tensa y la clava en el suelo. Forma un ángulo de 42°. La cuerda mide 51 metros.

a) ¿A qué altura está el campanario?

b) ¿A qué distancia se encuentra Ramón de la base del campanario?

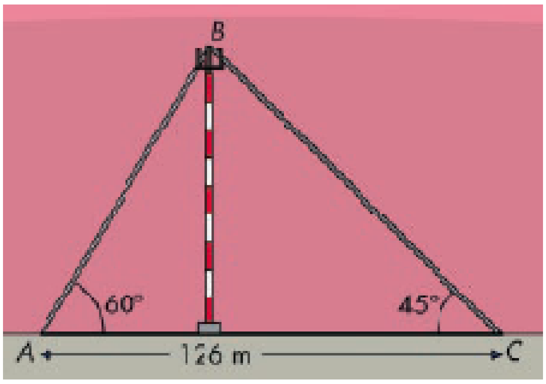
10



Para hallar la altura a la que se encuentra un globo, procedemos del siguiente modo:

Rosa se coloca en un punto *B*, y yo en un punto *A*, a 5 metros de ella, de tal forma que los puntos *A*, *B* y *C* (observa la figura) quedan alineados.

Si los ángulos α y β miden 40° y 50°, respectivamente, ¿a qué altura se encuentra el globo?

11 

Una antena de radio está sujeta al suelo con dos tirantes de cable de acero, como indica la figura.

Calcula:

a) La altura de la antena.

b) La longitud de los cables.

c) El valor del ángulo $\widehat{ABC}$.

12 En un triángulo *ABC*, calcula $\overline{BC}$ conociendo $\overline{AB} = 37$ cm, $\overline{AC} = 50$ cm y $\widehat{BAC} = 32°$.

13 Di el valor de *sen* α y *cos* α cuando α vale 0°, 90°, 180°, 270° y 360°.

$sen\ 0° = 0$	$sen\ 90° = 1$	$sen\ 180° = 0$	$sen\ 270° = -1$	$sen\ 360° = 0$
$cos\ 0° = 1$	$cos\ 90° = 0$	$cos\ 180° = -1$	$cos\ 270° = 0$	$cos\ 360° = 1$

14 Sitúa sobre la circunferencia goniométrica los ángulos siguientes: a) 32°, b) 323°. Representa sus razones trigonométricas y valóralas numéricamente.

15 Expresa con valores comprendidos entre –180° y 180°: a) 1 555°, b) 1 297°.

TEMA 6: GEOMETRÍA ANALÍTICA

1 Representa los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$, siendo $A(1, 1)$, $B(-2, 7)$, $C(6, 0)$, $D(3, 6)$ y observa que son iguales. Comprueba que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ hallando sus coordenadas. Calcula su módulo.

2 Tenemos tres puntos de coordenadas:

$$A(3, -1),\ B(4, 6),\ C(0, 0)$$

Halla las coordenadas del punto D para que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ sean iguales.

3 a) Representa los vectores $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$, siendo $A(1, 3)$, $B(4, 5)$, $C(6, -2)$. Halla sus coordenadas.

b) Representa $\vec{u} + \vec{v}$ y halla sus coordenadas.

c) Representa $3\vec{u}$, $-2\vec{u}$ y $0\vec{v}$ y halla sus coordenadas.

d) Representa y halla las coordenadas del vector $3\vec{u} - 4\vec{v}$.

4 $\vec{u}(-5, 8)$, $\vec{v}(-41, -10)$, $\vec{w}(3, 6)$.

a) Halla las coordenadas de $3\vec{u} - 2\vec{v} + 10\vec{w}$.

b) Averigua el valor de x e y para que se cumpla que $x\vec{u} + y\vec{w} = \vec{v}$.

5 Desde el punto $A(8, 9)$ nos movemos en la dirección de $\vec{v}(-1, -2)$ cuatro veces su longitud. Después nos movemos el triple de $\vec{w}(2, 1)$. Di las coordenadas del punto al que se llega.

6 Halla el punto medio del segmento de extremos $A(1, 4)$, $B(9, 8)$. Para ello, utiliza el vector $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

7 Dividimos el segmento de extremos $A(1, 2)$, $B(16, 12)$ en cinco partes iguales. Localiza mediante sus coordenadas los cuatro puntos de separación. Para ello, utiliza el vector $\vec{v} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$.

8 Halla las coordenadas del punto medio de los siguientes segmentos:

a) $A(-2, 5)$, $B(4, 1)$ b) $P(7, -3)$, $Q(-5, 1)$

c) $R(1, 4)$, $S(7, 2)$ d) $A(-3, 5)$, $B(4, 0)$

9 Halla las coordenadas del punto simétrico de A respecto de P en los siguientes casos:

a) $A(4, -1)$, $P(-7, 2)$

b) $A(2, 4)$, $P(5, -1)$

10 Comprueba si $R(2, 7)$, $S(5, -1)$ y $T(15, -25)$ están alineados.

11 Averigua el valor de a para que los puntos $R(2, 7)$, $S(5, -1)$ y $Q(a, -25)$ estén alineados.

12 Dados los puntos $A(0, 1)$, $B(2, 5)$, $P(x, y)$, averigua qué relación deben cumplir x e y para que P esté alineado con A y B.

13 Averigua el valor de t para que $A(1, 2)$, $B(7, -11)$ y $C(t, 2t)$ estén alineados.

14 Halla la ecuación de la recta que pasa por:

a) $A(1, 3)$, $B(5, 5)$

b) $A(1, 6)$, $B(8, -2)$

15 Halla la ecuación de la recta que pasa por $(7, -5)$ y tiene por vector dirección $(7, -4)$.

Halla la recta paralela a $5x - 6y + 14 = 0$ que pasa por $(0, -3)$.

16 Halla el punto donde se cortan las rectas r y s, y represéntalas:

r: $4x - 6y - 2 = 0$

s: $2x + 7y - 31 = 0$

17 Halla la recta paralela a $5y - 10 = 0$ que pasa por $(2, 4)$.

Da tres vectores perpendiculares a $(-6, 1)$.

Halla la ecuación de la recta que pasa por $P(2, -5)$ y es perpendicular al vector $\vec{v}(5, 7)$.

La recta r pasa por $(3, 0)$ y la recta s, por $(-5, 3)$. Ambas son perpendiculares a $4x + 2y - 7 = 0$.

Halla sus ecuaciones.

18 Representa r y s y da tres vectores paralelos y tres perpendiculares a ellas:

r: $5x - 7 = 0$ $\qquad$ s: $3 + 4y = 0$

19 Las rectas r y s pasan por el punto $(5, -3)$. r es paralela a $5y + 17 = 0$, y s es perpendicular a ella. Representa r y s y da sus ecuaciones.

20 s: $4x - 6y - 2 = 0$, $P(5, 2)$. Halla las ecuaciones de r_1 y r_2 sabiendo que:

r_1 pasa por P y es paralela a s.

r_2 pasa por P y es perpendicular a s.

21 Calcula, en cada caso, la distancia entre A y B:

a) $A(1, 7)$, $B(5, 4)$

b) $A(-2, 3)$, $B(3, -9)$

c) $A(7, 11)$, $B(-6, -1)$

d) $A(-2, 4)$, $B(7, 4)$

TEMA 7: FUNCIONES ELEMENTALES

1 Dando valores a x desde -10 a 10, representa $y = \sqrt{x^2 + 9}$.

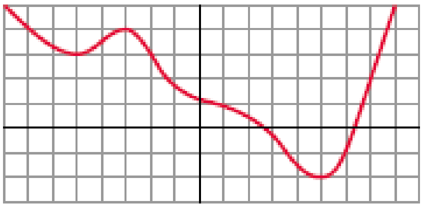
2 Halla el dominio de definición de:

a) $y = \dfrac{1}{x^2 + 2x - 8}$ b) $y = \sqrt{x - 5}$

3 De la función de la derecha di:

a) En qué intervalos es creciente y en cuáles es decreciente.

b) Cuáles son sus máximos y mínimos relativos.



4 Halla las pendientes de las rectas que pasan por estos pares de puntos:

a) $(3, 1)$ y $(7, 5)$ b) $(3, 5)$ y $(7, -2)$

c) $(3, -2)$ y $(7, 8)$ d) $(1, -5)$ y $(10, 11)$

5 Halla las pendientes de:

a) $y = -\dfrac{2}{3}x$ b) $y = \dfrac{3x + 5}{7}$ c) $4x - 5y + 2 = 0$ d) $-x + 4y + 5 = 0$

6 Representa:

a) $y = 2x - 3$ b) $y = \dfrac{2}{3}x + 2$ c) $y = -\dfrac{1}{4}x + 5$ d) $y = -3x - 1$

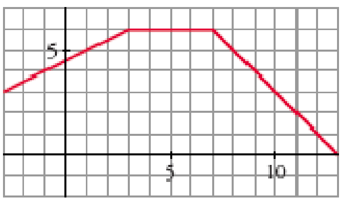
7 Halla la ecuación de cada una de las siguientes rectas:

a) Pasa por $(-3, -5)$ y tiene una pendiente de $\dfrac{4}{9}$.

b) Pasa por el punto $(0, -3)$ y tiene una pendiente de 4.

c) Pasa por $(3, -5)$ y por $(-4, 7)$.

8 Escribe la ecuación que corresponde a esta gráfica:



9 Representa la función cuya expresión analítica es la siguiente:

$$y = \begin{cases} -3 & \text{si } x \le 0 \\ x - 3 & \text{si } 0 \le x \le 5 \\ 2 & \text{si } x \ge 5 \end{cases}$$

10 Para la función $y = x^2 + 3x$, halla los puntos siguientes:

a) De abscisa 3 b) De abscisa –2

c) De ordenada 0 d) De ordenada 18

11 Para la función $y = \sqrt{x+2}$, halla los puntos siguientes:

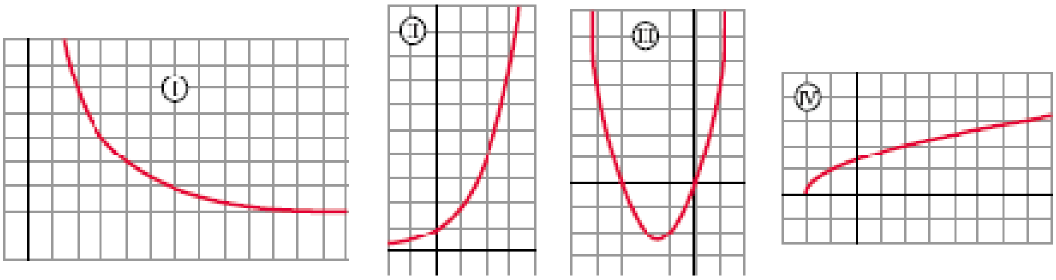
a) De abscisa 2 b) De abscisa 14

c) De ordenada 0 d) De ordenada 3

12 Las gráficas que se encuentran debajo corresponden a las funciones cuyas expresiones analíticas son:

a) $y = \sqrt{x+2}$ b) $y = x^2 + 3x$ c) $y = 2^x$ d) $y = \dfrac{12}{x}$

Encuentra, en cada caso, los puntos necesarios para averiguar cuál es la gráfica que le corresponde.



13 Representa las siguientes parábolas:

a) $y = x^2 - 2x + 3$ b) $y = x^2 - 6x + 5$

14 Representa gráficamente la función: $y = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x \le 1 \\ 3 & \text{si } 1 < x < 3 \\ \dfrac{-3x+15}{2} & \text{si } x \ge 3 \end{cases}$

15 Dibuja estas funciones:

a) $y = \dfrac{8}{x} + 3$ b) $y = -\dfrac{3}{x} + 4$

16 Representa estas funciones y di sus dominios de definición:

a) $y = \sqrt{x+1}$ b) $y = \sqrt{x+1} - 5$ (Da a x los valores –1, 0, 3, 8, 15)

c) $y = \sqrt{1-x}$ d) $y = \sqrt{1-x} - 3$ (Da a x los valores 1, 0, –3, –8, –15)

e) $y = -2\sqrt{x+1}$ f) $y = 5\sqrt{1-x} + 2$

g) $y = -3\sqrt{x+4}$ h) $y = 5\sqrt{x-4} + 2$

17 Halla los siguientes valores razonando sobre su significado. Obtén de nuevo el resultado con la calculadora:

a) $log_5\ 125$ b) $log_5\ 0{,}04$

c) $log_2\ 128$ d) $log_2\ 0{,}0625$

e) $log_a\ 1$ f) $log_{10}\ 0{,}0001$

18 Halla:

a) $log_2\ 740$ b) $log_3\ 100$

c) $log_5\ 0{,}533$ d) $log_8\ 0{,}004$

19 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3^x + 3^{x+2} = 30$ b) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$

20 Resuelve estas ecuaciones:

a) $7^{x+2} = 823543$ b) $1{,}5^x = 318$ c) $2^{x^2-2} = 1753$ d) $4^{1-x} = 0{,}125$

21 Resuelve, como en el ejercicio anterior, las siguientes ecuaciones:

a) $5^x = 42$ b) $4^{x-1} = 186{,}4$ c) $2^{x^2+1} = 87$ d) $1{,}5^x = 0{,}84$

22 Aplica la definición de logaritmo para calcular x en cada caso:

a) $log_2\ (2x-1) = 3$ b) $log_2\ (x+3) = -1$

c) $log\ 4x = 2$ d) $log\ (x-2) = 2{,}5$

e) $log\ (3x+1) = -1$ f) $log_2\ (x^2-8) = 0$

HOJA1

1.-a) Opera y simplifica: $\dfrac{200\, b^{-1}\ a^{1/2}\sqrt{a^3b^5}}{50(\sqrt{ab})^3}$

b) Racionaliza: $\dfrac{3}{1-2\sqrt{5}}$

2.- a) Opera y simplifica: $\dfrac{\sqrt{2xy^2}\ .\ \sqrt[6]{2^3xy}}{\sqrt[3]{2^5x}\ .\sqrt[4]{xy^3}}$

b) Simplifica : $\sqrt{200}-3\left(7-\sqrt{2}\right)-\sqrt{98}+\left(\sqrt{2}-3\right)^2 =$

3.- Opera y simplifica:

a) $\dfrac{\left(5x^3y^2\right).\left(-6y\right)\left(7x\right)}{3x.(-5x^3y)} =$

b) $\left(1-5x\right)^2-\left(5x-2\right)\left(5x+2\right)-2\left(4-5x\right)=$

4.- Dado el polinomio: x^4-3x^3+4x
a) Factorízalo.
b) Define raíz de un polinomio
c) Halla alguna raíz del polinomio anterior.

5.- Opera y simplifica:

A) $\dfrac{x^2-2}{x^2+2x} - \dfrac{3x-1}{3x+6} =$

B) $\dfrac{1-\dfrac{x^2}{x^2-4}}{\dfrac{x^2}{x-2}-x} =$

6.- Resuelve las ecuaciones:

a) $5(x^2-2x)=15-10x$
b) $3x^2-4x-7=0$

1.- Resuelve las ecuaciones: A) $x^3 + 4 = 3x^2$; B) $2x(x-3)^2(2+2x) = 0$

2.- Resuelve: $\sqrt{8-x} + x = 1 - x$

3.- Resuelve: $\dfrac{8-x}{x^2+x} - \dfrac{x-4}{x} = 2$

4.- Resuelve y representa gráficamente la solución:

a) $\dfrac{3x-1}{2} - 2x + 2 \leq \dfrac{5(x-1)}{6} - x$ b) $\dfrac{2x-x^2}{x+1} \leq 0$

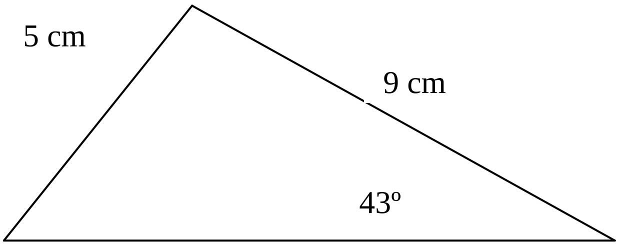
5.-Varios alumnos de un instituto van a realizar una excursión. El alquiler de un autobús cuesta 480 € (precio total). A los alumnos inicialmente apuntados, se añaden 4 más y precio que debe pagar cada uno se reduce 6 €. Halla los alumnos que fueron a la excursión.

6.- Resuelve: $\begin{cases} 3(x-1) - 2(x-y) = \dfrac{-7}{2} \\ x - \dfrac{y}{2} = 2 \end{cases}$

HOJA3 TRIGONOMETRÍA.

1.- Define las razones trigonométricas para un ángulo en un triángulo rectángulo.
Demuestra que $sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

2.- Dado el triángulo:



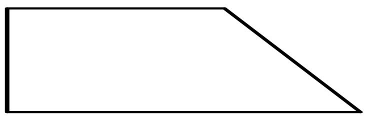
Halla su perímetro y sus ángulos.

3.- Situados en terreno llano, a 15 m de una iglesia, la visual al punto más alto de la torre forma un ángulo de 63º con la horizontal. Si nos alejamos 15 m más, ¿qué ángulo formará la visual con la horizontal.?

4.- Dado $\cos\alpha = -\dfrac{1}{\sqrt{5}}$,halla $sen\alpha$, $tg\alpha$ (valor exacto, sin calculadora)
Dibuja el ángulo sobre la circunferencia goniométrica.

5.- Simplifica: $\dfrac{1-(sen\alpha - \cos\alpha)^2}{tg\alpha} =$

6.- La altura de un triángulo isósceles mide 7 cm y su ángulos iguales 50°. Calcula los lados , el perímetro y el área del triángulo.



7.- Halla el perímetro y perímetro de la figura sabiendo que la base mayor mide 17 cm , la menor 12 y el ángulo agudo 40º.

1.- Representa gráficamente los vectores:
$\vec{v}(-1\ ,\ 4)$, $\vec{a}(-3,0)$, $\vec{w}(2\ ,\ -4)$, $\vec{b}(-1,-5)$
Halla sus módulos.

Calcula: A) $\vec{v}+\vec{a}-\vec{w}+\vec{b}$
B) $2\vec{v}-3\vec{w}$
C) $\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{3}{2}\vec{w}$

2.- Dados los puntos A(.1,3) , B(1,5) ; C(0, -2) , D(3,1) , E(-5,2) , F(-3,-4).
Halla los vectores $\vec{AB}$, $\vec{CD}$, $\vec{EF}$. Y sus módulos.

3- Dados los vectores: $\vec{v}(-1\ ,\ 2)$, $\vec{a}(-6,\ 0)$, $\vec{w}(5\ ,\ 4)$, $\vec{b}(1,\ -3)$
a) Calcula gráficamente $\vec{v}+\vec{w}$.
b) $2\vec{v}+3\vec{a}-\vec{b}$
c) $\frac{1}{4}\vec{w}-\frac{5}{2}\vec{b}$

4- Dados los puntos A(-2, 1) , B(1 , 3) ; C(5 , 2) ; D (2 , 0).
A) Los vectores $\vec{AB}$ y $\vec{DC}$ ¿son equivalentes? (componentes iguales)
B) Dibuja el cuadrilátero ABCD.
Halla la medida del lado AB y del lado BC.

5.- Dados los puntos A (3 , 1) y B (4 , -1) .
A) Halla el vector director, la pendiente y la ecuación de la recta que pasa por esos puntos.
B) Escribe la ecuación de una recta paralela a $x=-2$ que pase por el punto A.

6.- Dadas las rectas r: $x+3y+1=0$ y s: $y+7=3x$. Represéntalas gráficamente
a) Halla sus pendientes. ¿ son perpendiculares? ¿por qué?
b) Calcula su punto de intersección.

7.- A) Halla la pendiente y la ecuación de la recta que pasa por los puntos
P(-1, 2) y Q (3, 0)
B) Halla los puntos de intersección de la recta $y=\frac{x}{2}-3$ con los ejes de coordenadas.

HOJA 5 . FUNCIONES

1.- A) Define función.

B) Describe y halla el dominio de las funciones:

$$f(x)=\frac{3}{3x-x^2-2} \quad , \qquad g(x)=\sqrt{12-3x} \quad , \qquad f(x)=\frac{x-3}{4x-x^3}$$

C) Representa gráficamente la función g(x)

2.- Representa gráficamente e indica las propiedades de la función:

$$f(x)=\begin{cases} x-1 & si \quad x<-1 \\ x^2-3 & si \quad -1\le x\le 2 \\ -1 & \text{si} \quad x>2 \end{cases}$$

3.- Resuelve gráfica y analíticamente el sistema: $\begin{cases} y=-x^2+3x \\ y=x-3 \end{cases}$

4.- Sánchez tiene un oferta de trabajo por parte de una empresa cuyas condiciones son las siguientes:
El sueldo mensual será de 700 euros fijos , si no vende de más de 2000 unidades de cierto producto. A partir de esa cantidad cobrará un extra de 0,2 euros por cada artículo que supere las 2000 unidades.
Representa gráficamente la función "ventas-sueldo mensual"
Escribe la expresión algebraica .
Indica cuál puede ser su máximo sueldo si no es posible vender más de 5000 unidades.

5.-El valor, en miles de euros, de las existencias de una empresa en función del tiempo t, en años, viene dado por la función:

$$f(t)=-4t^2+60t-15\,, \qquad 1\le t\le 8$$

- a) ¿Cuál será el valor de las existencias para $t=2$? ¿Y para $t=4$?
- b) ¿Cuál es el valor máximo de las existencias? ¿En qué instante se alcanza?
- c) ¿En qué instante el valor de las existencias es de 185 miles de euros

6.- Representa gráficamente e indica las propiedades de la función:

$$f(x) = \begin{cases} 6 + x & si \ \ x < -1 \\ x^2 - 4x & si \ -1 \le x \le 3 \\ \text{-1} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

7.- Resuelve gráfica y analíticamente el sistema: $\begin{cases} y = -x^2 - 2x + 1 \\ y = -x - 1 \end{cases}$

8.- Un país africano tiene actualmente 20 millones de habitantes y su población crece un 3% anual. Si se mantiene este ritmo de crecimiento:
a) Calcula cuál será la población dentro de 15 años.
b) Halla la función que indica el nº de habitantes en función de los años transcurridos.
c) ¿Cuánto tardará en duplicarse la población?
d) Indica cuál era la población en el 2000, si el ritmo de crecimiento se mantuvo en los últimos años.

9.- Representa gráficamente la función $y = \left(\frac{3}{5}\right)^x$. Indica sus propiedades.

10. - A) Define logaritmo de un número real.

B) Aplicando la definición, halla:

$B1)\ \log_2 256 = \qquad B2)\ \log_{10} 0,00001 = \qquad B3)\ \log_7 \frac{1}{7}$

C) Calcula el valor de x en los siguientes casos

$C1)\ \log_5 (x-3) = -1 \qquad C2)\ \log\left(17 - x^2\right) = 1$

11.- Representa e indica las propiedades de la función $y = \log_4 x$