INTEGRALES INDEFINIDAS

INTEGRALES INDEFINIDAS

FUNCIÓN PRIMITIVA

Función primitiva de una función dada: $f(x)$, es otra función: F(x), cuya derivada es la primera.

$$\mathbf{F(x)} = \textit{función primitiva de } f\mathbf{(x)} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F'(x)} = f\mathbf{(x)}$$

INTEGRALES INDEFINIDAS

INTEGRAL INDEFINIDA

No todas las funciones poseen función primitiva, ya que dada una función puede no existir otra que la tenga por derivada.

Cuando una función $f(x)$, posee función primitiva: F(x), ésta no es única, sino que existen infinitas funciones primitivas: todas las que difieren de F(x) en una cantidad constante.

Si F(x) es función primitiva de $f(x)$, se verifica que: $F'(x) = f(x)$, pues

bien, la función F(x) + C, donde C es un número real cualquiera, también es una función

primitiva de $f(x)$, ya que:

$$[F(x) + C]' = [F(x)]' + [C]' = F'(x) + 0 = F'(x) = f(x)$$

INTEGRALES INDEFINIDAS

El conjunto formado por todas las funciones primitivas de una función $f(x)$ se denomina integral indefinida de $f(x)\,dx$. La integral indefinida se representa por:

$$\int f(x)dx$$

INTEGRALES INDEFINIDAS

Ejemplos:

$$\int dx = x + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$$

$$\int \cos x \, dx = sen\, x + C$$

$$\int sen\, x \, dx = -\cos x + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

PROPIEDADES DE LA INTEGRAL INDEFINIDA:

1ª.)- La integral del producto de una constante por una función es igual al producto de la constante por la integral de la función.

$$\int c \cdot f(x)\,dx = c \cdot \int f(x)\,dx$$

2ª.) La integral de una suma de funciones es igual a la suma de las integrales de las funciones sumando.

$$\int [f(x) + g(x)]\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$$

INTEGRALES INMEDIATAS

a) $\int dx = x + c$

b) $\int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} + C$

c) $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$

d) $\int e^x dx = e^x + C$

e) $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$

f) $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$

g) $\int sen\,x\, dx = -\cos x + C$

h) $\int \cos x\, dx = sen\,x + C$

i) $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = tg\,x + C$

j) $\int (1 + tg^2 x) dx = tg\,x + C$

k) $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = arcsen\,x + C$

l) $\int \frac{1}{1+x^2} dx = arctg\,x + C$

INTEGRALES INMEDIATAS. FCOMPUESTAS

a, e, **k**, y **C** son constantes; **u** es una **función** y **u'** es la **derivada** de **u**.

- $\int dx = x + C$
- $\int k\, dx = k \cdot x + C$
- $\int u^n \cdot u'\, dx = \dfrac{u^{n+1}}{n+1} + C \qquad n \neq -1$
- $\int \dfrac{u'}{u}\, dx = \ln u + C$
- $\int a^u \cdot u'\, dx = \dfrac{a^u}{\ln a} + C$
- $\int e^u \cdot u'\, dx = e^u + C$

I INTEGRALES INMEDIATAS. F. COMPUESTAS

- $\int sen\, u \cdot u' dx = -\cos u + C$
- $\int \cos u \cdot u' dx = \text{sen}\, u + C$
- $\int \frac{u'}{\cos^2 u} dx = \int \sec^2 u \cdot u' dx = \int \left(1 + tg^2 u\right) \cdot u' dx = tg\, u + C$
- $\int \frac{u'}{sen^2 u} \cdot u' dx = \int cosec^2 u \cdot u' dx = \int \left(1 + cotg^2 u\right) \cdot u' dx = -cotg\, u + C$
- $\int \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}} dx = arc\ sen\, u + C$
- $\int \frac{u'}{1+u^2} dx = arc\ tg\, u + C$

INTEGRALES INDEFINIDAS

1 $\int \frac{1}{x^2\ \sqrt[5]{x^2}}\,dx$

$$\int \frac{1}{x^2\ \sqrt[5]{x^2}}\,dx = \int x^{-2}\,x^{\frac{-2}{5}}\,dx = \int x^{\frac{-12}{5}}\,dx = \frac{x^{\frac{-12}{5}+1}}{\frac{-12}{5}+1} + \mathrm{C} =$$

$$= \frac{x^{\frac{-7}{5}}}{\frac{-7}{5}} + \mathrm{C} = -\frac{5}{7\sqrt[5]{x^7}} + \mathrm{C}$$

2 $\int (x+2)^3\,dx$

$$\int (x+2)^3\,dx = \frac{1}{4}(x+2)^4 + C$$

3 $\int (2x+1)(x^2+x+1)\,dx$

$$\int (2x+1)(x^2+x+1)\,dx = \frac{1}{2}(x^2+x+1)^2 + \mathrm{C}$$

INTEGRALES INDEFINIDAS

1 $\int (3 - \operatorname{sen} x)dx$

$$\int (3 - \operatorname{sen} x)dx = 3x + \cos x$$

2 $\int sen(3x+5)dx$

$$\int sen(3x+5)dx = \frac{1}{3}\int sen(3x+5)3\,dx = -\frac{1}{3}\cos(3x+5) + C$$